

Weak Measurement による スピン相互作用の推定

田中 宗 (近畿大総合理工)

鹿野 豊 (東工大院基礎物理、MIT機械工学科)

Yutaka Shikano and Shu Tanaka,
arXiv:1007.5370 (2010).

本研究の目的

固体系での量子情報処理の実現に向けて

- ✓ 良質の量子ビットを作製することが必要
 - ・ アクセスが容易か？
 - ・ コヒーレンス時間は長いのか？
 - ・ 量子ビットとして動作する温度などの条件は良いか？
- ✓ 量子ビットに対するゲートの性能評価
 - ・ 相互作用ハミルトニアンの高精度な見積もりが必要
 - ・ 系にほとんど依存しない推定方法があり得るか？

weak measurement/weak value の観点から

- ✓ weak value によって解釈可能な物理現象
- ✓ weak measurement の新しい応用例？

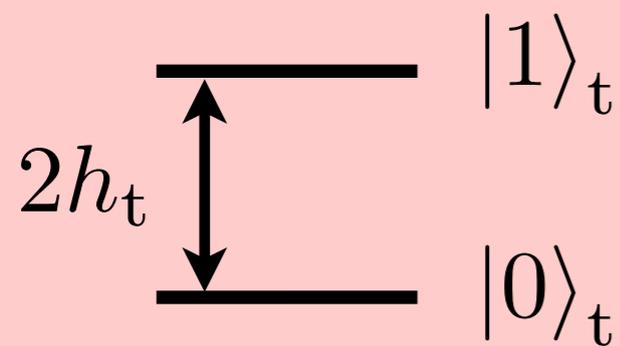
我々の考察する2体ハミルトニアン

$$\mathcal{H}_{\text{tot}} = \mathcal{H}_t + \mathcal{H}_p + \mathcal{H}_{\text{int}}$$

target probe interaction

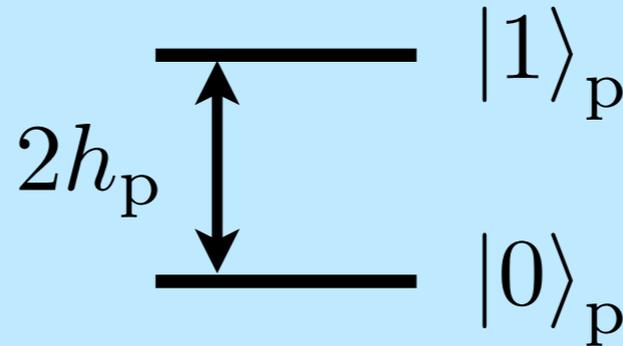
target

$$\mathcal{H}_t = -h_t \sigma_t^z$$



probe

$$\mathcal{H}_p = -h_p \sigma_p^z$$



h_t, h_p は何らかの方法で既知であるとする。

Interaction

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = \sum_{\mu, \nu = x, y, z} g_{\mu, \nu} \sigma_t^\mu \sigma_p^\nu$$

我々の目標

$g_{\mu, \nu}$ を推定する

推定手法

Step 0 $|0\rangle_t |0\rangle_p$ に状態をセットする。

Step 1 pre-selected stateとして、step 0 で用意した状態に回転操作を行う。

target

$$\rho_t = \frac{1}{2} (I + \mathbf{r}_i \cdot \sigma_t)$$

probe

$$\rho_p = \frac{1}{2} (I + \mathbf{p} \cdot \sigma_p)$$

$$\Phi_1 = \rho_t \otimes \rho_p$$

推定手法

Step 2 短い時間 δt だけ \mathcal{H}_{int} を作用させる
(近似：本当は常に作用している)

$$\Phi_2 = e^{-i\mathcal{H}_{\text{tot}}\delta t} \Phi_1 e^{i\mathcal{H}_{\text{tot}}\delta t}$$

target の post-selected state

$$\tilde{\rho}_t = \text{Tr}_p \Phi_2 \equiv \frac{1}{2} (I + \mathbf{r}_f \cdot \boldsymbol{\sigma}_t)$$

Step 3 測定軸を定め、probe スピンを観測

測定軸 $|\mathbf{q}\rangle \langle \mathbf{q}| \equiv \frac{1}{2} (I + \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_p)$

probe $\text{Ex}(\mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_p) = \text{Tr}(|\mathbf{q}\rangle \langle \mathbf{q}| \tilde{\rho}_p)$

推定手法

Step 4 単一スピンのハミルトニアン $\mathcal{H}_t, \mathcal{H}_p$ の影響を除去する。

(近似： δt が小であるとき妥当)

target

$$e^{i\mathcal{H}_t\delta t} \tilde{\rho}_t e^{-i\mathcal{H}_t\delta t} \equiv \frac{1}{2} (I + \mathbf{r}_f \cdot \boldsymbol{\sigma}_t)$$

測定軸

$$e^{i\mathcal{H}_p\delta t} |\mathbf{q}\rangle \langle \mathbf{q}| e^{-i\mathcal{H}_p\delta t} \equiv \frac{1}{2} (I + \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma}_p)$$

Step 5 制御可能なパラメータを変更し、複数のパラメータセットで step 4 まで実行
($\mathbf{r}_i, \mathbf{p}, \delta t, \mathbf{q}$ の4つが制御可能)

推定手法

Step 6 複数のパラメータセットで測定した probe の期待値を用いて、以下の連立線形方程式を解く。(1次の近似)

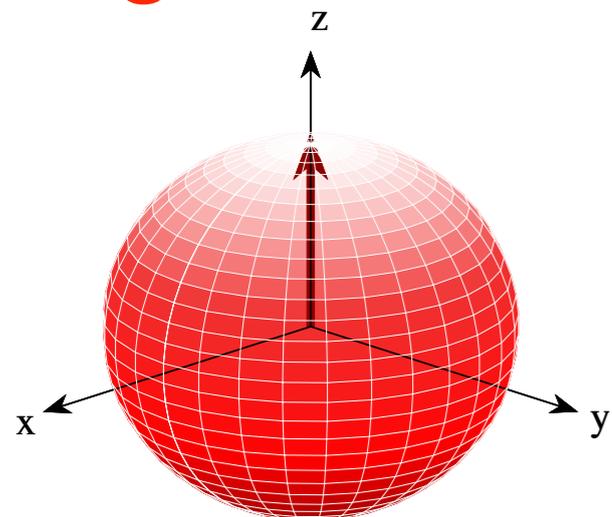
$$\text{Ex}(\mathbf{q} \cdot \sigma_p) = \mathbf{q} \cdot \mathbf{p} + \frac{2\delta t}{1 + \mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_f} \times \sum_{\nu=x,y,z} \alpha_\nu$$

ただし、

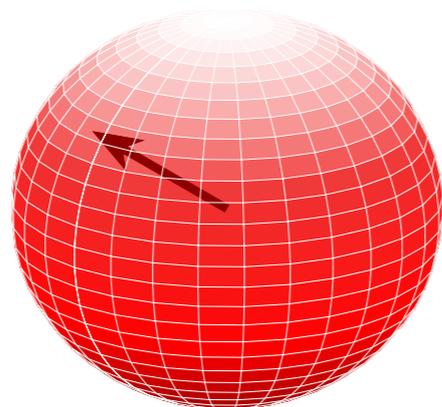
$$\begin{cases} \alpha_\nu = \{(\mathbf{p} \times \mathbf{q}) \cdot \mathbf{n}_\nu\} (\mathbf{r}_i + \mathbf{r}_f) \cdot \mathbf{e}_\nu \\ \quad + [\mathbf{n}_\nu \cdot \mathbf{q} - (\mathbf{n}_\nu \cdot \mathbf{p})(\mathbf{q} \cdot \mathbf{p})] (\mathbf{r}_i \times \mathbf{r}_f) \cdot \mathbf{e}_\nu \\ \mathbf{n}_\nu \equiv {}^t (g_{x,\nu}, g_{y,\nu}, g_{z,\nu}) \end{cases}$$

推定手法のまとめ

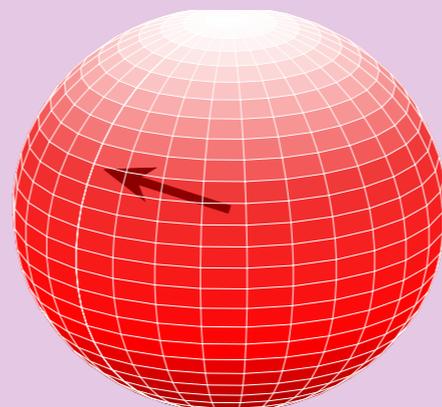
target



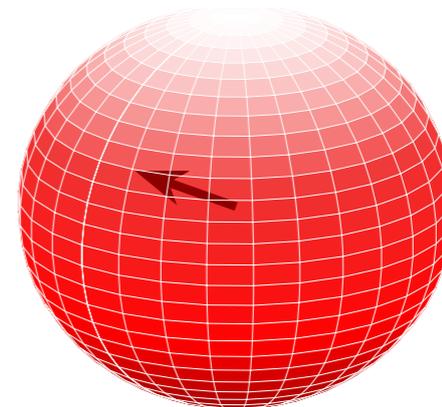
r_i



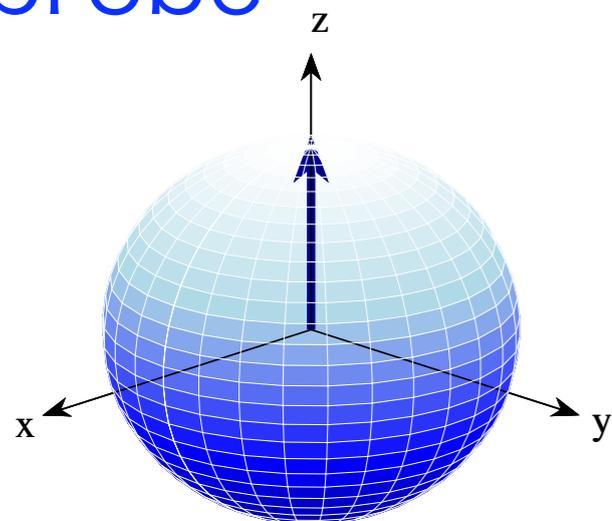
\mathcal{H}_{int}



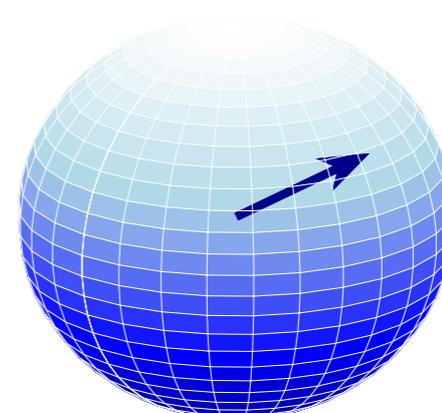
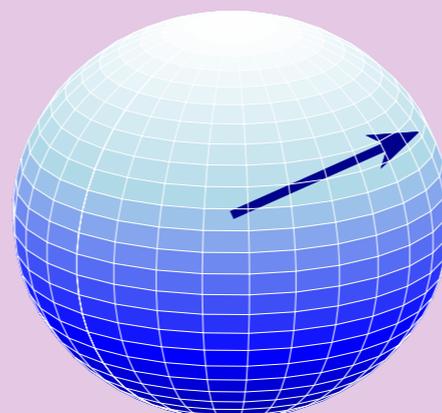
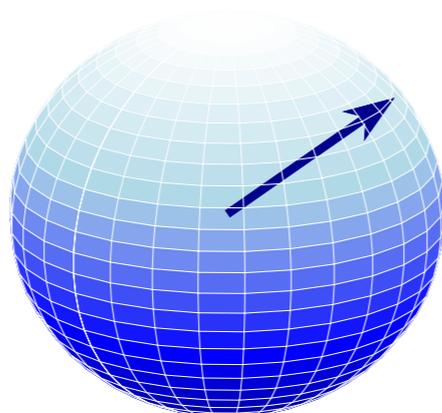
r_f



probe



p



q 方向
で測定

step 0

step 1

step 2

step 3

δt

数値計算による確認

ダイヤモンド中 NV center の相互作用ハミルトニアン

$$g_{\mu,\nu} = \begin{pmatrix} 5.0 & -6.3 & -2.9 \\ -6.3 & 4.2 & -2.3 \\ -2.9 & -2.3 & 8.2 \end{pmatrix} \text{ [MHz]}$$

L. Childress et al.
Science **314** 281 (2006).

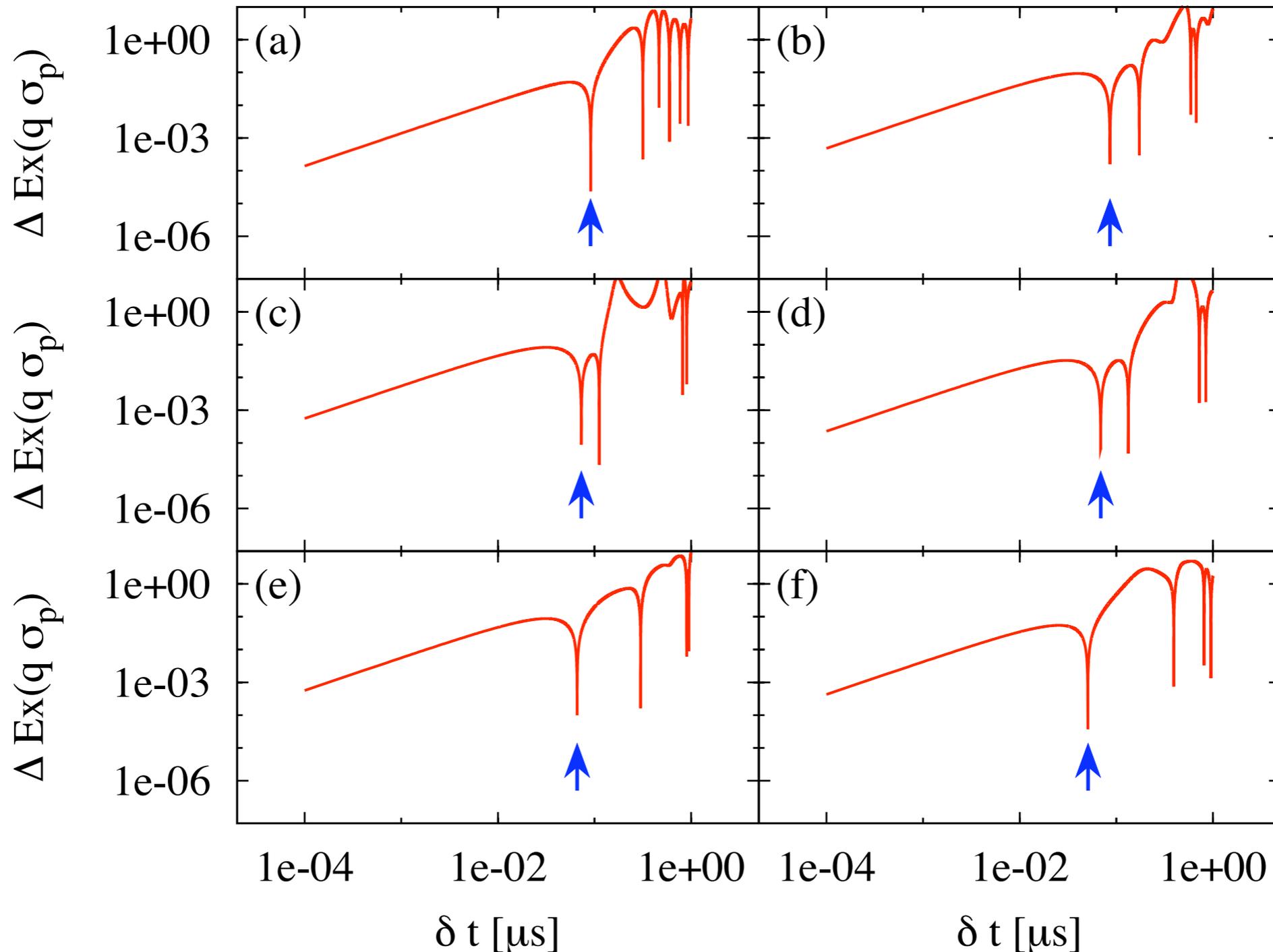
$$\tilde{g}_{\mu,\nu} = \begin{pmatrix} 4.98 & -6.29 & -2.92 \\ -6.29 & 4.21 & -2.30 \\ -2.92 & -2.30 & 8.35 \end{pmatrix} \text{ [MHz]}$$

error : 0.022 ± 0.063 [MHz]

\mathbf{r}_i	\mathbf{p}	\mathbf{q}	δt
$(0, 0, 1)^T$	$(0, 0.59, 0.81)^T$	$(-0.16, 0, 0.99)^T$	$0.091 [\mu\text{s}]$
$(-0.48, 0.59, 0.65)^T$	$(0, 0, 1)^T$	$(-0.25, 0.59, -0.77)^T$	$0.086 [\mu\text{s}]$
$(-0.81, 0.59, 0)^T$	$(-0.65, 0.59, -0.48)^T$	$(0.25, 0.59, -0.77)^T$	$0.073 [\mu\text{s}]$
$(0, 0, 1)^T$	$(0, 0, 1)^T$	$(-0.99, 0, -0.16)^T$	$0.069 [\mu\text{s}]$
$(0.81, 0, -0.59)^T$	$(-0.10, 0.95, 0.29)^T$	$(0, 0.81, -0.59)^T$	$0.066 [\mu\text{s}]$
$(0.31, 0.95, 0)^T$	$(-0.18, 0.95, -0.25)^T$	$(0, 0.81, 0.59)^T$	$0.051 [\mu\text{s}]$

相互作用している時間の選び方

$$\Delta E_x(\mathbf{q} \cdot \sigma_p) = |\text{Tr}(|\mathbf{q}\rangle \langle \mathbf{q}| \tilde{\rho}_p) - E_x(\mathbf{q} \cdot \sigma_p)|$$



結論・今後の展開

相互作用ハミルトニアンの推定手法を提案した。

- ✓ 系の詳細にほとんど依存しない手法
- ✓ weak measurement, weak value の応用例

今後の展開・課題

- ✓ 多キュービット系への適用
- ✓ スピンが大きい場合の補正
- ✓ 誤差伝搬の影響
- ✓ 適したパラメータセットの系統的な抽出方法を考察
- ✓ 現実の物質に適用するための考察

Yutaka Shikano and Shu Tanaka,
arXiv:1007.5370 (2010).