

第 4 章 原子核の崩壊

4.1 平均寿命と壊変様式

自然に崩壊する核種の原子核が時刻 t に $N(t)$ 個あるとする。実験によれば、単位時間に崩壊する原子核の個数は、その時刻にある原子核の個数に比例する。すなわち、微小時間 t から $t + dt$ のあいだに崩壊する個数（減少する個数） $-dN(t)$ は $N(t)$ に比例する：

$$dN(t) = -\lambda N(t) dt \quad (4.1)$$

従って、

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \quad (4.2)$$

である。時刻 $t = 0$ における個数を $N_0 = N(0)$ とすると、上の方程式より

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (4.3)$$

が得られる。両辺の対数（自然対数）をとると

$$\log N(t) = \log N_0 - \lambda t \quad (4.4)$$

となる（図 4.1）。この性質は壊変様式にはよらない。

平均寿命（mean life）と半減期（half-life）

時刻 t にあった個数 $N(t)$ は、 $\tau_m = 1/\lambda$ だけ時間が経過すると $1/e$ に減少する。この時間 τ_m を平均寿命という。また、 $1/2$ に減少するのに要する時間を半減期といい、 $t_{1/2}$ あるいは $T_{1/2}$ と書く：

$$\frac{N(t + \tau_m)}{N(t)} = \frac{1}{e} \quad \frac{N(t + t_{1/2})}{N(t)} = \frac{1}{2} \quad (4.5)$$

e は自然対数の底である：

$$e = 2.718281828459045235 \quad (4.6)$$

半減期は平均寿命より短く、両者の関係は

$$t_{1/2} = \tau_m \log_e 2 = 0.693 \tau_m \quad (4.7)$$

である。

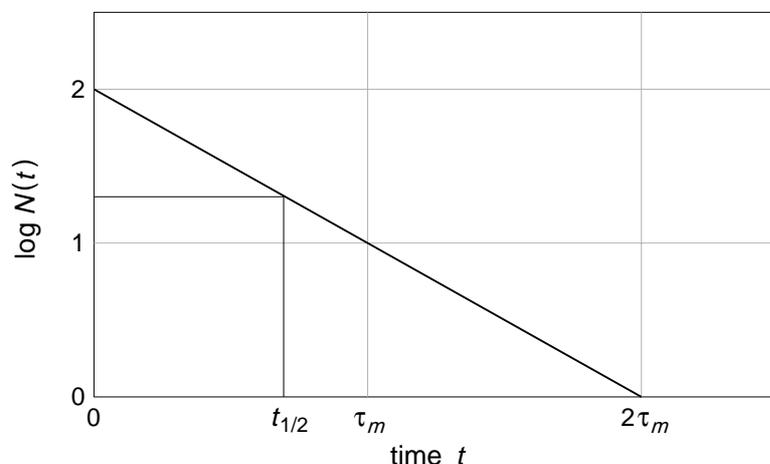


図 4.1: 崩壊の平均寿命と半減期

崩壊率，崩壊幅

比例定数 λ は単位時間に崩壊する割合，すなわち，崩壊率 (decay rate) であり，平均寿命の逆数に等しい：

$$\lambda = \frac{1}{\tau_m} \quad (4.8)$$

崩壊率と同様な意味で崩壊幅

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau_m} = \hbar \lambda \quad (4.9)$$

が用いられる．

粒子 A が崩壊して 2 つの粒子 B と b になったとき：



開放されるエネルギー Q は終状態の 2 つの粒子の質量と始状態の粒子の質量の差である：

$$Q = M(B) + M(b) - M(A) \quad (4.11)$$

重心系では， Q は終状態の 2 つの粒子の運動エネルギーの和になる：

$$Q = T_B + T_b \quad (4.12)$$

粒子 A の崩壊寿命が短くないとき $T_B + T_b$ は Q に等しい．しかし，崩壊寿命が極めて短いときには，不確定性原理により，図 4.2 に示すように幅をもつ．

原子核のある状態が有限の寿命をもつとき，その状態のエネルギー固有値は虚部をもつと言える．時間発展演算子は $\exp(iHt/\hbar)$ で与えられるので，エネルギー固有値が実部 E_R とともに虚部をもつと：

$$E = E_R + \frac{i\Gamma}{2} \quad (4.13)$$

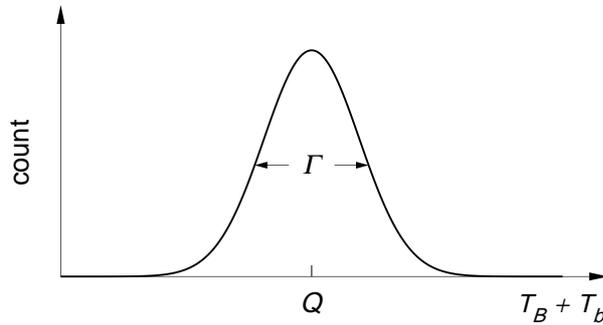


図 4.2: 崩壊幅

波動関数の時間に依存する部分は

$$\exp\left(i\frac{E}{\hbar}t\right) = \exp\left[i\left(\frac{E_R}{\hbar} + \frac{i\Gamma}{2\hbar}\right)t\right] = \exp\left(i\frac{E_R}{\hbar}t\right) \exp\left(-\frac{\Gamma}{2\hbar}t\right) \quad (4.14)$$

となる．エネルギー固有値の実部は振動する因子であるのに対して，虚部は減衰する因子になる．従って，確率を表す絶対値の2乗は

$$\left|\exp\left(i\frac{E}{\hbar}t\right)\right|^2 = \exp\left(-\frac{\Gamma}{\hbar}t\right) = \exp(-\lambda t) \quad (4.15)$$

となり，この結果は (4.2) と一致する．ところで，崩壊幅の式 (4.9) に現われる Planck 定数の値 [1]

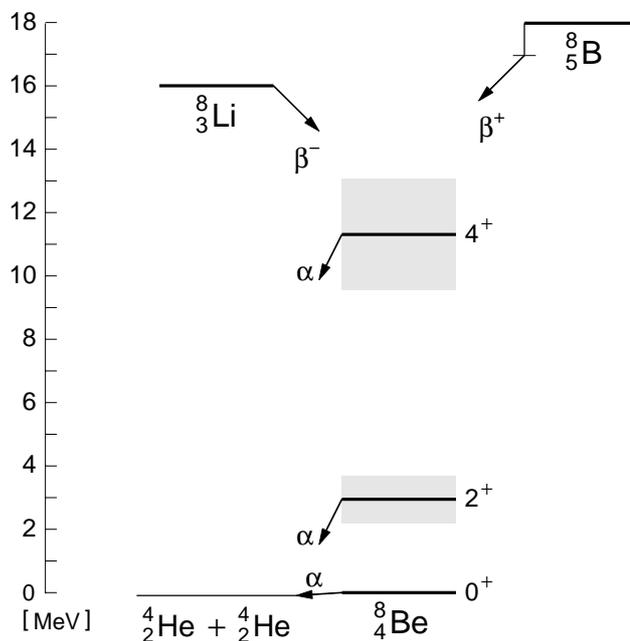
$$\begin{aligned} \hbar &= 1.054571596(82) \times 10^{-34} \text{ Js} \\ &= 6.58211889(26) \times 10^{-22} \text{ MeV s} \end{aligned} \quad (4.16)$$

は，原子核の代表的スケールを表す単位では極めて小さい値であるので，寿命 τ_m が非常に短い場合を除いては，崩壊幅 Γ も同じ単位のもとでは小さな値になる．

寿命が非常に短い場合の例を 図 4.3 に示す．質量数が $A = 8$ の原子核には安定なものがない．最も結合エネルギーが大きい核種が ${}^8\text{Be}$ である． ${}^8\text{Be}$ の基底状態 (0^+ 状態)，第1励起状態 (2^+)，第2励起状態 (4^+) はアルファ粒子の放出 (アルファ崩壊) に対して不安定である．2つの励起状態の寿命は極めて短いため，大きな崩壊幅 (図中に灰色で示した) をもっている．幅と寿命は次の通りである．

$J^\pi = 0^+$	$\Gamma = 8.8 \pm 1.7 \text{ eV}$	$\tau_m = (7.5 \pm 1.4) \times 10^{-17} \text{ s}$
$J^\pi = 2^+$	$\Gamma = 1.50 \pm 0.02 \text{ MeV}$	$\tau_m = (4.39 \pm 0.06) \times 10^{-22} \text{ s}$
$J^\pi = 4^+$	$\Gamma \approx 3.5 \text{ MeV}$	$\tau_m \approx 1.9 \times 10^{-22} \text{ s}$

後の章でみるように，質量数 $A = 8$ の安定な核種が存在しないことが，宇宙初期における元素合成において，従って，我々の宇宙における元素の存在比に関連して，重要な役割を果たしている．また，図 4.3 に示した ${}^8\text{B}$ の β^+ 崩壊の際に放出されるニュートリノに関連して，太陽ニュートリノ問題 が長年に渡って議論されてきた．

図 4.3: ${}^8\text{Be}$ のエネルギースペクトル

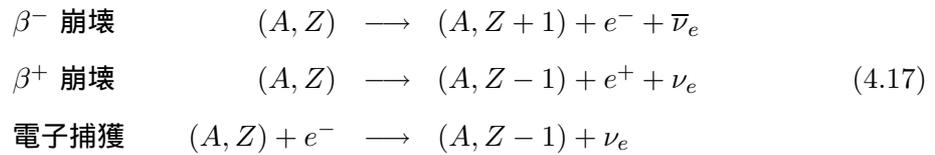
壊変様式

原子核の壊変様式としては、ベータ壊変、核子放出、アルファ壊変、自発核分裂などがある。これらは核種が変わる壊変様式であり、以下に、エネルギー（質量、結合エネルギー）の視点から述べる。なお、核種が変わらない壊変様式としてガンマ壊変（ガンマ線放出）がある。ここで「壊変」(disintegration)という言葉を用いたが、これは陽子崩壊 (proton decay) などと区別するために「崩壊」を「壊変」に改めたものである。しかし、慣習に従って以前と同様に「ベータ崩壊」、「アルファ崩壊」などと使われることが多い。

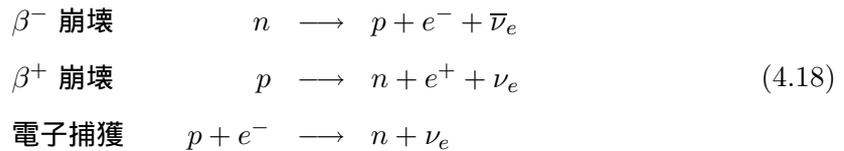
上にあげた崩壊様式のうち、核子放出、アルファ崩壊、自発核分裂は強い相互作用によって起こる。ベータ崩壊は弱い相互作用によって、また、ガンマ崩壊は電磁相互作用によって起こる。これらの相互作用の特徴として、崩壊前と崩壊後で、質量数の和は等しく、また、電荷の和は変化しない。前者はバリオン数の保存、後者は電荷の保存を意味する。

4.2 ベータ崩壊

安定な原子核より陽子数が少ない核は β^- 崩壊する。 β^- 崩壊では、原子核から電子 e と反電子ニュートリノ $\bar{\nu}_e$ が放出される。一方、安定な原子核より陽子数が多い原子核は β^+ 崩壊し、陽電子 e^+ と電子ニュートリノ ν_e を放出する。 β^+ 崩壊と同時に、原子軌道にある電子を捕獲することによって、同様な崩壊がおこる。これを(軌道)電子捕獲(EC: electron capture)という。通常、最内殻(K殻)にある電子が捕獲される。いずれの場合も、電子(陽電子)が負(正)の電荷をもつので、原子核の電荷は1単位増加(減少)し、質量数は変化しない。まとめて式で書くと



となる。これらの崩壊過程は、原子核の中の1つの核子の β 崩壊、あるいは電子捕獲によって起こる：



崩壊前と崩壊後の原子核のエネルギー関係を表す量として次の Q 値を用いる：

$$\begin{aligned}
 \beta^- \text{ 崩壊} \quad Q_{\beta^-}(A, Z) &= M(A, Z) - M(A, Z+1) \\
 &= B(A, Z+1) - B(A, Z) + (m_n - m_H) \\
 \beta^+ \text{ 崩壊} \quad Q_{\beta^+}(A, Z) &= M(A, Z) - M(A, Z-1) - 2m_e \\
 &= B(A, Z-1) - B(A, Z) - (m_n - m_H) - 2m_e \\
 \text{電子捕獲} \quad Q_{EC}(A, Z) &= M(A, Z) - M(A, Z-1) \\
 &= B(A, Z-1) - B(A, Z) - (m_n - m_H)
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

β^+ 崩壊の場合、右辺に $2m_e$ がある。式(4.17)において、左辺に比べて、右辺で電子が1つ足りず、陽電子が1つ多いからで、 $2m_e$ のエネルギーで電子と陽電子の対を生成している。

ある原子核のベータ崩壊の Q 値が正であるとき崩壊寿命に応じて速い遅いはあるものの、最終的にはベータ崩壊によってその原子核は原子番号が1つ異なる原子核へと変わっていく。 Q 値が負のとき、その様式の崩壊は起こらない。電子捕獲は起こるが、 β^+ 崩壊は起こらないこともある($Q_{EC} > 0 > Q_{\beta^+}$)。

1つの例を図4.4に示す。質量数が $A = 56$ の原子核において、 ^{56}Fe が最も安定である。それより陽子数が少ない ^{56}Mn は β^- 崩壊によって ^{56}Fe へ変わり、陽子数が多い ^{56}Co は β^+/EC 崩壊によって ^{56}Fe へ変わる。

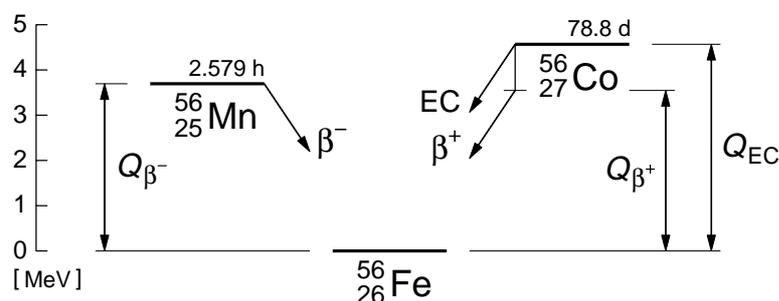


図 4.4: ^{56}Mn の β^- 崩壊と ^{56}Co の β^+/EC 崩壊

Q 値は、必ずしもベータ崩壊の始状態と終状態の原子核のエネルギー差を表すものではない。 Q_{β^-} と Q_{EC} はベータ崩壊する原子核とその娘核の基底状態のエネルギー差である。実際のベータ崩壊で開放されるエネルギーは、始状態と終状態の原子核のエネルギー差 (β^+ 崩壊では差から $2m_e$ を引いた値) に等しい。この開放されたエネルギーがベータ崩壊で放出された粒子によって持ち去られる。 β^- 崩壊 (β^+ 崩壊) では、終状態にある電子 (陽電子) と反電子ニュートリノ (電子ニュートリノ) の運動エネルギーになる。従って、電子 (陽電子) は連続エネルギースペクトルをもつ。一方、電子捕獲で放出されるのは電子ニュートリノだけであるので、ニュートリノは一定のエネルギーをもつ。

崩壊寿命の値は広い範囲に及ぶ。ベータ安定線から遠く離れた原子核のベータ崩壊寿命は短く、およそ 10^{-3} s 程度である。ベータ安定線に近づくに従い、 Q 値は小さくなり、崩壊寿命はしだいに長くなる。安定線近傍では、表 4.2 に示したように、宇宙の年齢よりはるかに長い寿命をもつ核種も現われる。

自由な中性子は、ある平均寿命で陽子へと変わっていくが、原子核中の中性子は原子核の質量の関係で様々な寿命をもつことになる。特に、安定な原子核の中にある中性子は崩壊しない。宇宙初期につくられた中性子が崩壊せずに今でも存在するのは、このためである。また、陽子は中性子より質量が小さいため、自由な陽子の β^+ 崩壊はエネルギー的に許されない。

ベータ崩壊と同様に、弱い相互作用による崩壊様式に二重ベータ崩壊がある。これは、通常のベータ崩壊がエネルギー的に許されないが、原子番号が 2 単位変わる (質量数は同じ) ことは許されるときに起こる崩壊現象である。二重ベータ崩壊については、章を改めて後で述べる。

4.3 核子放出

中性子・陽子の分離エネルギー (separation energy)

原子核から 1 つの中性子, あるいは 1 つの陽子を取り出すのに必要なエネルギーを分離エネルギーと呼び, S_n, S_p で表す. 質量, mass excess, 結合エネルギーを用いると次のように書ける:

$$\begin{aligned}
 S_n(A, Z) &= M(A-1, Z) + m_n - M(A, Z) \\
 &= \Delta M(A-1, Z) + \Delta M(1, 0) - \Delta M(A, Z) \\
 &= B(A, Z) - B(A-1, Z) \\
 S_p(A, Z) &= M(A-1, Z-1) + m_H - M(A, Z) \\
 &= \Delta M(A-1, Z-1) + \Delta M(1, 1) - \Delta M(A, Z) \\
 &= M(A, Z) - B(A-1, Z-1)
 \end{aligned}
 \tag{4.20}$$

2 つの中性子 (陽子) を取り出すのに要する分離エネルギーも同様に次のように定義する:

$$\begin{aligned}
 S_{2n}(A, Z) &= M(A-2, Z) + 2m_n - M(A, Z) \\
 &= \Delta M(A-2, Z) + 2\Delta M(1, 0) - \Delta M(A, Z) \\
 &= B(A, Z) - B(A-2, Z) \\
 S_{2p}(A, Z) &= M(A-2, Z-2) + 2m_H - M(A, Z) \\
 &= \Delta M(A-2, Z-2) + 2\Delta M(1, 1) - \Delta M(A, Z) \\
 &= B(A, Z) - B(A-2, Z-2)
 \end{aligned}
 \tag{4.21}$$

分離エネルギーが正であることは, 中性子 (陽子) を取り出すのにエネルギーを加えなければならないことを意味する. 逆に, 分離エネルギーが負であるときは, エネルギーを加える必要がないので, その原子核は不安定である. すなわち, その原子核が作られると, 直ちに中性子 (陽子) を放出して別の原子核になってしまう. 中性子 (陽子) 放出は強い相互作用で起こるため, 放出に要する時間は極めて短く, 分離エネルギーが負になるほど, その原子核を直接観測するのは難しくなる.

一般に, 1 つの陽子を取り出すより, 2 つの陽子を取り出すほうが多くのエネルギーを要する. しかし, 分離エネルギーが正から 0 に近づくとき, S_{2p} のほうが急速に減少し, S_p より先に負になることがある.

ドリップライン (drip line)

陽子の分離エネルギーが 0 になる境界の原子核を結んだ線を陽子ドリップライン (proton drip line) という. 中性子の場合も同様で, 中性子の分離エネルギーが 0 になる境界の原子核を結んだ線を中性子ドリップライン (neutron drip line) という. 中性子数が陽子数に対して相対的に減少すると, Coulomb エネルギーのため原子核は陽子放出に対して不安定

になりやすい．そのため，陽子ドリップラインは安定な原子核の比較的近くにある．一方，中性子数が増加しても，原子核は急速には不安定にならないので，中性子ドリップラインは安定な原子核からかなり遠方にある．

図 4.5 に $Z = 9$ 同位体の分離エネルギーを示す．分離エネルギーが 15 MeV 以上の点は除いてある．ここに示した 16 個の同位体の中では ^{19}F ($N = 10$) が最も結合エネルギーが大きく，この核種だけが自然界に存在する． $Z = 9$ 同位体は実験で精力的に調べられており，中性子・陽子放出に対して安定な原子核は，陽子ドリップラインから中性子ドリップラインまで，ほぼ全て発見されている．

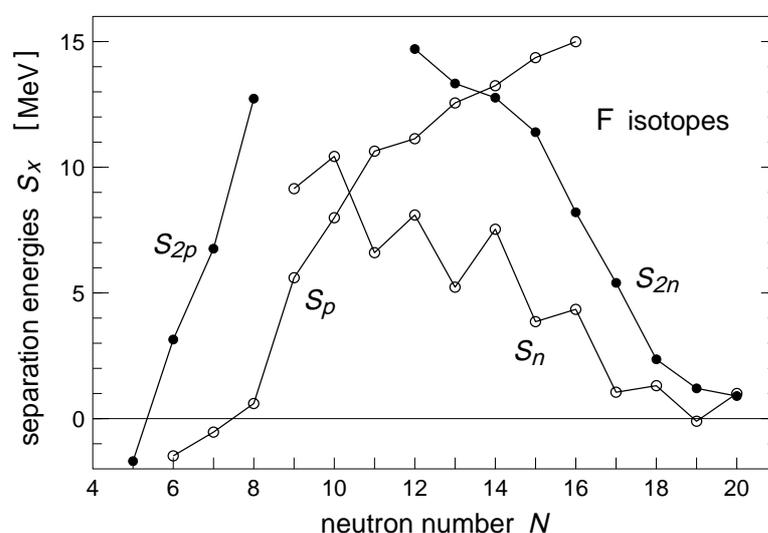
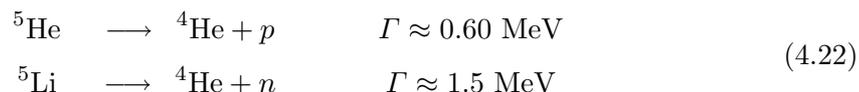


図 4.5: $Z = 9$ 同位体の分離エネルギー

質量数 $A = 5$ の原子核

質量数が $A = 8$ で最も結合エネルギーが大きい核種 ^8Be がアルファ崩壊に対して不安定であるため， $A = 8$ の安定な原子核がないことを前に述べた．安定な核種がないもう一つの質量数が $A = 5$ である． $A = 5$ では ^5He と ^5Li が中でも結合エネルギーが大きい．しかし， ^4He は図 4.6 に示すように，質量数の小さい原子核の中では極めて強く結合した原子核である．そのため，それに 1 つの核子を加えたとき，最後の核子の結合エネルギーは小さい．図 4.7 に質量数 $A = 5$ の原子核のエネルギースペクトルを示す． ^5He は中性子の放出に対して不安定 ($Q = 0.89$ MeV) であり， ^5Li は陽子の放出に対して不安定 ($Q = 1.97$ MeV) である：



どちらの場合も崩壊寿命は極めて短く， 10^{-22} s 程度である．

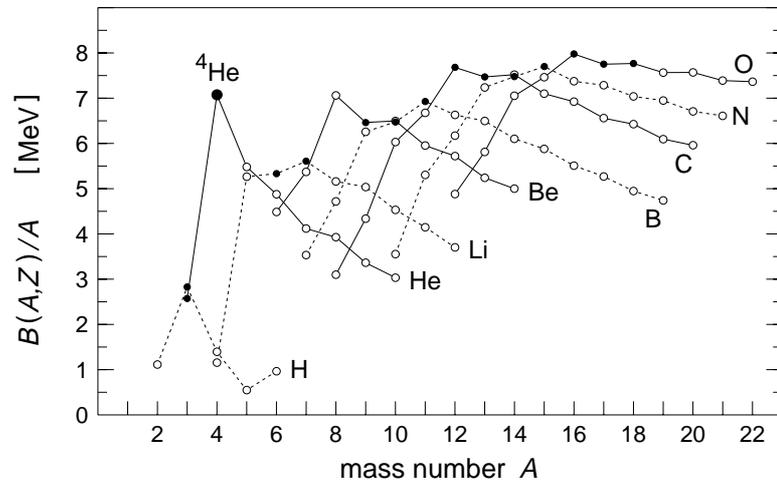


図 4.6: $Z \leq 8$ 同位体の核子あたりの結合エネルギー．黒丸は安定な核種を，白丸は不安定な核種を表す．

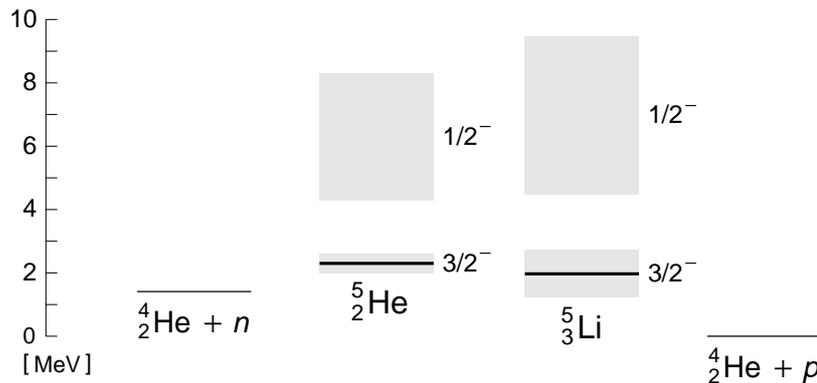


図 4.7: 質量数 $A = 5$ の原子核

対エネルギー (pairing energy)

2つの陽子，あるいは2つの中性子のあいだに作用する強い相互作用は，これらの2核子の角運動量を $J^\pi = 0^+$ に結合させる性質がある．これを対相互作用という．対相互作用や対相関などについては別のところで詳しく述べるが，質量公式に現われる対エネルギーは分離エネルギーによって表されるので，ここで定義式を示しておく：

$$\begin{aligned}
 P_n(A, Z) &= \frac{1}{4} (-1)^{A-Z+1} [S_n(A+1, Z) + S_n(A-1, Z) - 2S_n(A, Z)] \\
 P_p(A, Z) &= \frac{1}{4} (-1)^{Z+1} [S_p(A+1, Z+1) + S_p(A-1, Z-1) - 2S_p(A, Z)]
 \end{aligned}
 \tag{4.23}$$

この様に定義された対エネルギーは，通常，正の量である．

4.4 アルファ崩壊

質量数が $A \approx 200$ より大きい領域では、アルファ粒子を放出して別の原子核へ変わっていく核種が多数ある。たとえば「安定な原子核」の項で述べた長寿命放射性元素を親とする放射壊変系列に属する核種は、いずれもアルファ崩壊とベータ崩壊によって、最終的には安定な核種へと変わっていく。

α 粒子の分離エネルギーも、核子の分離エネルギーと同じように考えることができる：

$$\begin{aligned} S_\alpha(A, Z) &= M(A-4, Z-2) + M(4, 2) - M(A, Z) \\ &= B(A, Z) - B(A-4, Z-2) - B(4, 2) \end{aligned} \quad (4.24)$$

ここで、 $M(4, 2) = M(^4\text{He})$ である。アルファ崩壊の Q 値（アルファ崩壊で開放されるエネルギー）は分離エネルギーに負号をつけたものである：

$$Q_\alpha(A, Z) = -S_\alpha(A, Z) \quad (4.25)$$

アルファ粒子の結合エネルギー

$$B(4, 2) = B(^4\text{He}) = 28.296 \text{ MeV} \quad (4.26)$$

は、図 4.6 に示したように、質量数が小さい領域では特別に大きいため、2つの陽子と2つの中性子がまとまって放出されるのである。

分離エネルギーが負 ($S_\alpha(A, Z) < 0$) であることは、自発的に（エネルギーを加えなくても）アルファ崩壊が可能であることを意味する。図 4.8 に $Q_\alpha(A, Z) = -S_\alpha(A, Z) > 0$ である原子核を示す。ただし、質量が測定されていて、アルファ粒子の分離エネルギーが計算可能な核種だけが示してある。質量数が $A \approx 90$ より大きい原子核は、ほとんどがアルファ崩壊可能であることがわかる。しかし、以下に述べる理由により、これらの原子核の多くは長い寿命をもち、原子核として存在することが確かめられている。

アルファ崩壊が現実にかかるかどうか、あるいは、その崩壊寿命がどの程度であるかを決定するには、次の2つの要素を考慮しなければならない。1番目の要素は、原子核の中にあるアルファ粒子の成分の確率である。たとえば、 ^{214}Po はアルファ崩壊して ^{210}Pb になる：



このとき、 ^{214}Po の中にアルファ粒子を見出す確率は、崩壊の始状態の波動関数と終状態の波動関数の重なり積分の2乗で与えられる：

$$S = |\langle ^{210}\text{Pb} \otimes \alpha | ^{214}\text{Po} \rangle|^2 \quad (4.28)$$

これをアルファ崩壊の分光学的因子（spectroscopic factor）という。アルファ崩壊の崩壊率は分光学的因子を通して原子核構造に強く依存する。

2番目の要素は Coulomb 障壁である。アルファ崩壊する原子核の中にアルファ粒子があると考えたとき、そのアルファ粒子に作用するポテンシャルを図 4.9 に模式的に示す。破

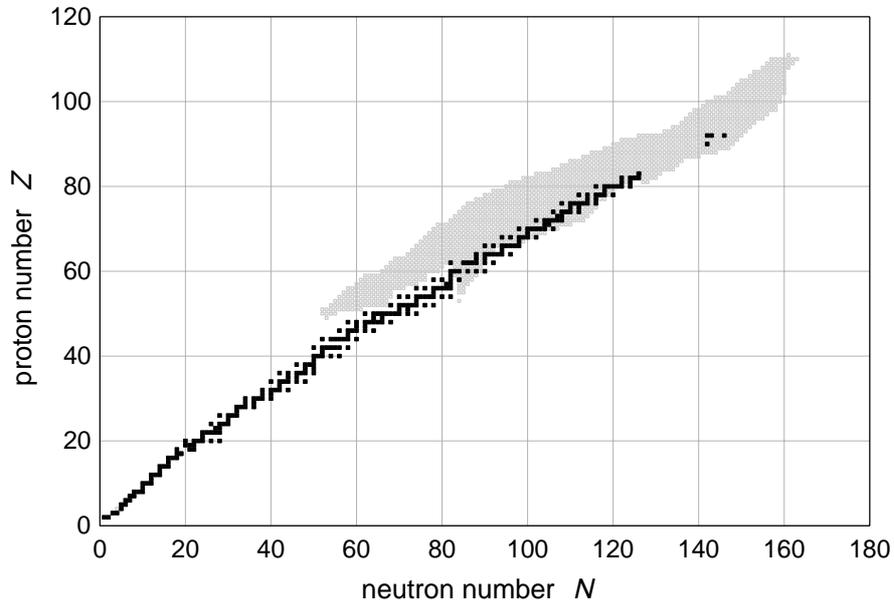


図 4.8: $S_\alpha(A, Z) < 0$ である核種 (黒い四角は自然界に存在する核種)

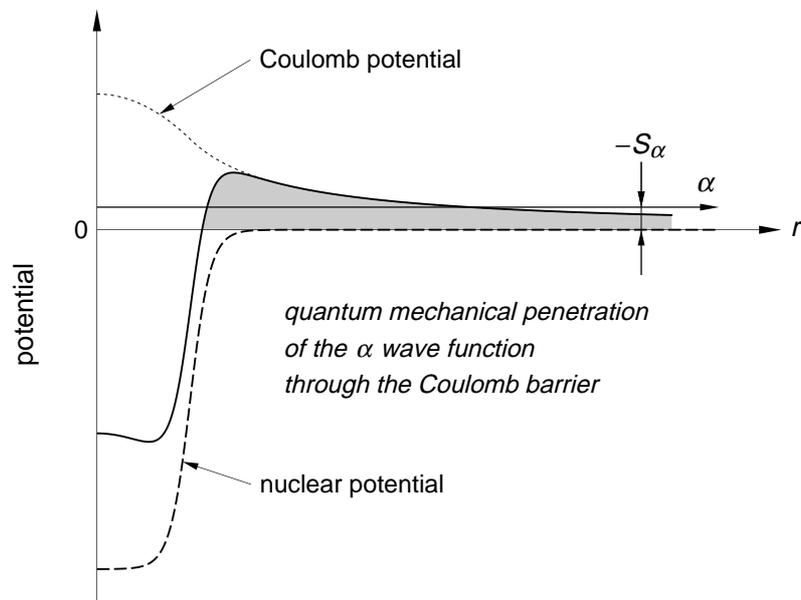


図 4.9: アルファ崩壊における Coulomb 障壁とトンネル効果

線は強い相互作用によるポテンシャルであり，アルファ粒子には引力としてはたらく．一方，点線は Coulomb ポテンシャルであり，ここでは，半径 R の球の内部に電荷が一様に分布していると仮定した．実線が両者の和 $V(r)$ を示す．Coulomb ポテンシャルのため，原子核の表面付近から外で $V(r) > 0$ になる．これが，アルファ粒子に対して，原子核の外へ出て行こうとするのを妨げる Coulomb 障壁（灰色の部分）である．図 4.9 には，アルファ粒子の分離エネルギーが負の場合の $-S_\alpha (> 0)$ が水平線で示してある． $V(r) - (-S_\alpha) > 0$ の領域は，古典論ではアルファ粒子は存在できない．しかし，量子論ではトンネル効果により，アルファ粒子の運動を表す波動関数は，この領域も減衰しながらではあるが存在できる．最も簡単な場合として，アルファ粒子が相対軌道角運動量 $L = 0$ (s 波) で放出されるとき，アルファ粒子の Schrödinger 方程式は 1 次元の障壁透過問題とよく似た形になる．このとき，アルファ粒子が Coulomb 障壁を透過する確率は次の式によって計算される：

$$\exp \left[- \frac{\sqrt{8m}}{\hbar} \int \sqrt{V(r) - E} \, dr \right] \quad (4.29)$$

$V(r)$ は 図 4.9 に実線で示したポテンシャルであり， $E = -S_\alpha$ である．動径積分の範囲は，古典的には許されない $V(r) - E \geq 0$ の範囲である．透過率は積分値とともに指数関数的に減少していく．アルファ崩壊の確率は，分離エネルギーと Coulomb 障壁の大きさや形にも強く依存する．実際，長寿命放射性元素を親とする放射壊変系列に属する核種をみても，半減期は ^{210}Po の $0.298 \mu\text{s} \approx 10^{-15} \text{ y}$ から， ^{232}Th の $1.41 \times 10^{10} \text{ y}$ まで，25 桁にも及ぶ広い範囲に渡っている．

4.5 自発核分裂

核分裂は、質量数が大きい原子核が、2つの質量数の小さい原子核（分裂片）に割れる現象である。核分裂が自発的に起こるか否かを決定する重要な要素の1つは、始状態と終状態の結合エネルギーの差である。ここで、簡単のため、2つの原子核への分裂を考える：

$$(A, Z) \longrightarrow (A_1, Z_1) + (A_2, Z_2) \quad \begin{cases} A = A_1 + A_2 \\ Z = Z_1 + Z_2 \end{cases} \quad (4.30)$$

Q 値（開放されるエネルギー）は

$$Q = B(A_1, Z_1) + B(A_2, Z_2) - B(A, Z) \quad (4.31)$$

である。さらに、 $A_1/A = Z_1/Z$ （従って、 $A_2/A = Z_2/Z$ ）を仮定し、半経験的質量公式を用いる。このとき、対称核分裂 $A_1 = A_2$ の場合に Q 値の極大が得られ、 $Q > 0$ となるのは、

$$\frac{Z^2/A}{2b_{\text{surf}}/b_{\text{Coul}}} \approx \frac{Z^2/A}{50} > 0.35 \quad (4.32)$$

を満たす核種である。すなわち、 $Z^2/A > 18$ で自発核分裂が可能になる。しかし、アルファ崩壊のところでも述べたように、ポテンシャル障壁の効果が大きく、自発核分裂に対して長い寿命をもつ核種が多い。図 4.10 に実験で測定された自発核分裂の半減期の例を示す。

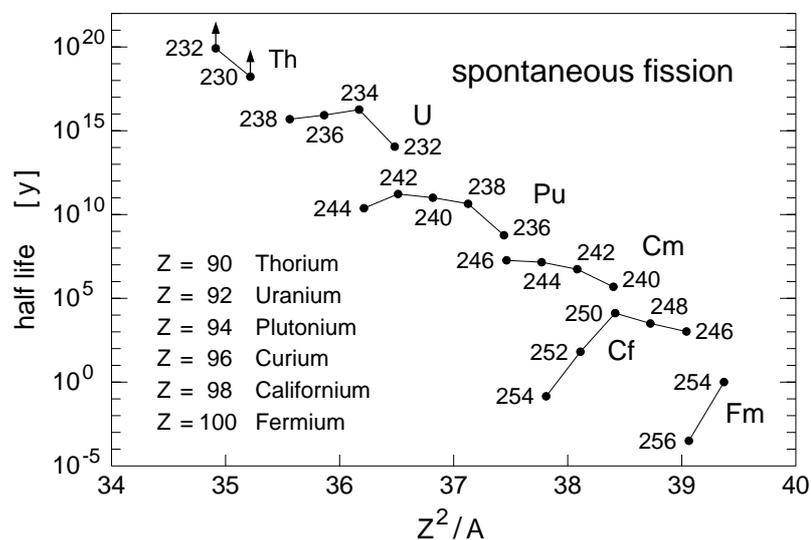


図 4.10: 自発核分裂の半減期 ($90 \leq Z \leq 100$)

通常、質量数が大きい原子核は相対的に多くの中性子をもっているため、核分裂と同時にいくつかの中性子を放出することが多い。また、ある原子核が核分裂したときにできる分裂片の組は1通りではなく、通常、かなり広い質量数分布を示す。

4.6 ガンマ崩壊

原子核の励起状態はガンマ線を放出してエネルギーの低い状態へと遷移していく。ガンマ崩壊は原子核と電磁場との相互作用によって起こる崩壊過程であり、核種は変わらない。

原子核の波動関数に作用する電磁場の演算子は、電磁場の多重極展開と長波長近似によって求められる。前者は原子核の状態が角運動量を良い量子数としてもつからであり、後者は、放出されるガンマ線のエネルギーがたかだか 10 MeV 程度であり、このエネルギーに対応する波長が原子核の大きさに比べて十分長いとして良いからである。詳細は省くが、結果として得られる演算子は次の形に書ける：

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(E\lambda) &= \int \rho(\mathbf{r}) r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) d\mathbf{r} \\ \mathcal{M}(M\lambda) &= -\frac{1}{c(\lambda+1)} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{r} \times \nabla) r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) d\mathbf{r} \end{aligned} \quad (4.33)$$

積分は原子核の体積にわたって行う。 $\mathcal{M}(E\lambda)$ は電氣的遷移の演算子で、 $\rho(\mathbf{r})$ は原子核の電荷密度である。一方、 $\mathcal{M}(M\lambda)$ は磁氣的遷移の演算子 (c は光速) で、核子をもつ $1/2$ のスピン角運動量と軌道角運動量に起因する。

原子核の角運動量が J_1 から J_2 への電氣(磁氣)的遷移で、ガンマ線のエネルギーが $\hbar c q$ であるとき、遷移確率は

$$\begin{aligned} T(E(M)\lambda) &= \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \frac{q^{2\lambda+1}}{\hbar} B(E(M)) \\ B(E(M)\lambda) &= \frac{1}{2J_1+1} |\langle J_2 \| \mathcal{M}(E(M)\lambda) \| \rangle|^2 \end{aligned} \quad (4.34)$$

と表される。 $B(E(M)\lambda)$ は換算遷移確率と呼ばれ、原子核の波動関数で決まる量で、エネルギーには依存しない。角運動量の選択則から、次の範囲の多重極 λ だけが許される：

$$|J_1 - J_2| \leq \lambda \leq J_1 + J_2 \quad (4.35)$$

また、 $E\lambda$ 遷移における原子核の状態のパリティの変化は $(-1)^\lambda$ で、 $M\lambda$ 遷移における原子核の状態のパリティの変化は $(-1)^{\lambda+1}$ である。一般に、 λ が小さいほど大きな遷移確率をもつ。

たとえば、 1^+ 状態から 2^- 状態への遷移では、 $E1$ 、 $M2$ 、 $E3$ が可能であるが、実際には $E1$ 遷移の確率が圧倒的に大きく、他の2つの寄与は無視できる。別の例として、 1^+ 状態から 2^+ 状態への遷移では、 $M1$ 、 $E2$ 、 $M3$ が可能であり、前の2つが同程度の遷移確率をもち、 $M3$ の寄与は無視できる。

4.7 原子核の存在領域

ここまで述べてきたように、不安定な核種は(ガンマ崩壊を除く)様々な崩壊(壊変)様式によって、より安定な核種へと変換していく。たとえ、不安定であっても、その崩壊寿命が極端に短くない限り、原子核として存在すると考えてよい。光が原子核を横切るのに要する時間のスケールは 10^{-22} s であるから、これより十分長い寿命をもつならば原子核として確認できる。この範囲の原子核まで含めて、存在する核種は約 6000 種であると推定される。そのうち、約半分の核種が現在までに確認されている。

図 4.11 に、質量の予言値 [4] に基づいて、陽子、あるいは中性子の分離エネルギーが正である核種のうち、最も中性子数が小さい原子核(陽子ドリップライン上の原子核)、及び、最も中性子数が大きい原子核(中性子ドリップライン上の原子核)を図示してある。また、今までに確認されている核種を灰色で示してある。

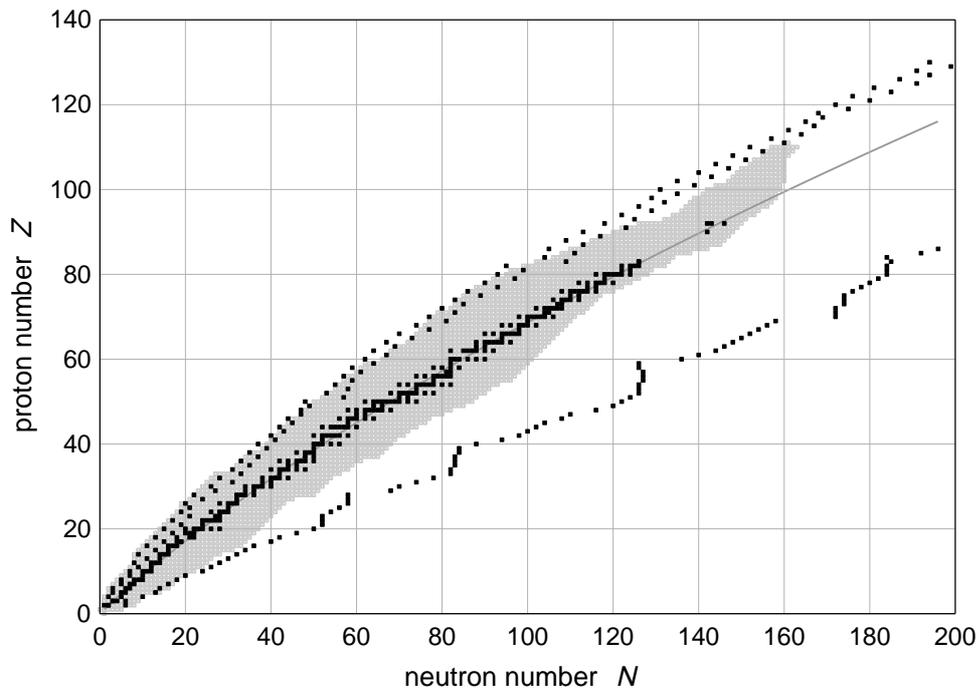


図 4.11: 安定な原子核とドリップラインの原子核。灰色は現在までに確認された核種。

黒い四角で示した安定な原子核より中性子が多い側では、まだ未知の原子核が多数残されている。これら中性子過剰核は、近年の実験的研究の進歩により、質量数が小さい領域から精力的に研究が進められており、安定線近傍の原子核とは異なる特徴が発見されている。このような中性子過剰核は、純粋に原子核物理としての興味に限らず、超新星爆発のなかで、また、その直後の元素生成において重要な役割を果たす核種であり、今後の重要な研究課題のひとつである。

核種の存在を推定する際には、未知の原子核の質量に対する予言が最も大きな役割を果たす。また、超新星爆発のシミュレーションにおいても、原子核の質量（結合エネルギー）の予言値が不可欠である。質量の大きな星の進化の最終段階で超新星爆発が起こるが、その際の原子核の光分解反応、また、その直後の重元素生成過程において、実験室では未だ生成・観測されていない中性子過剰核が現われ、しかも、超新星爆発の様相や、生成される核種の分布が原子核の結合エネルギーの値に大きく左右される。

このように、実験によって測定された原子核の質量を理論的に再現するだけでなく、未知の原子核の質量を理論的に予言することは、原子核物理学の一つの大切なテーマである。半経験的な質量公式で仮定した液滴模型だけでは予言精度の点で不十分であり、前章の最後で指摘した殻効果を取り入れなければならない。通常、原子核の質量を液滴模型で代表されるマクロな項と、殻効果を取り入れるためのミクロな項の和で表している。より精確な原子核質量の予言のために、世界のいくつかのグループが精力的に研究を進めており様々な質量の予言の方法を提唱している [5-20]。日本では早稲田大学を中心としたグループが代表的であり、最新の研究成果が文献 [4] に報告されている。

4.8 第4章の参考文献

1. D.E. Groom *et al.*, European Physical Journal C15 (2000) 1, available on the Particle Data Group WWW page (URL <http://pdg.lbl.gov>)
2. *Table of Isotopes*, Eighth Edition, R.B. Firestone, Ed. V.S. Shirley, (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1996)
3. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A490 (1988) 1
4. H. Koura, M. Uno, T. Tachibana and M. Yamada, Nucl. Phys. A674 (2000) 47, "Nuclear mass formula with shell energies obtained by a new method and its application to superheavy elements"
5. P.E. Auestein, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988) 185, "An Overview of the 1986-1987 atomic mass prediction"
6. A. Pape and M.S. Antony, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988) 201, "Masses of proton-rich $T_z < 0$ nuclei via the isobaric mass equation"
7. G. Dussel, E. Caurier and A.P. Zucker, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988) 205, "Mass predictions based on α -line systematics"
8. P. Möller and J.R. Nix, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988) 213, "Nuclear masses from a unified macroscopic-microscopic model"
9. P. Möller, W.D. Myers, W.J. Swiatecki and J. Treiner, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988) 225, "Nuclear mass formula with a finite-range droplet model and a folded-Yukawa single-particle potential"
10. E. Comay, I. Kelson and A. Zidon, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988) 235, "Mass predictions by modified ensemble averaging"
11. L. Satpathy and R.C. Nayak, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988) 241, "Masses of atomic nuclei in the infinite nuclear matter model"
12. T. Tachibana, M. Uno, M. Yamada and S. Yamada, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988) 251, "Empirical mass formula with proton-neutron interaction"
13. L. Spanier and S.A.E. Johansson, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988) 259, "A modified Bethe-Weizsäcker mass formula with deformation and shell corrections and few free parameters"
14. J. Jänecke and P.J. Masson, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988) 265, "Mass predictions from the Garvey-Kelson mass relations"
15. P.J. Masson and J. Jänecke, Atomic Data and Nuclear Data Tables, 39 (1988)

- 273, "Masses from an inhomogeneous partial differential equation with higher order isospin contributions"
16. A.H. Wapstra, G. Audi and R. Heekstra, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 39 (1988) 281, "Atomic masses from (mainly) experimental data"
 17. P. Möller, J.R. Nix, W.D. Myers and W.J. Swiatecki, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 59 (1995) 185, "Nuclear ground-state masses and deformations"
 18. Y. Aboussir, J.M. Pearson, A.K. Dutta and F. Tondeur, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 61 (1995) 127, "Nuclear mass formula via an approximation to the Hartree-Fock method"
 19. G.A. Lalazissis, S. Raman and P. Ring, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 71 (1999) 1, "Ground-state properties of even-even nuclei in the relativistic mean-field theory"
 20. R.C. Nayak and L. Satpathy, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 73 (1999) 213, "Mass predictions in the infinite nuclear matter model"