

第 8 講 電流がつくる磁場

前講では電流が磁場から受ける力について述べたが、この講では電流がつくる磁場について説明する。電流がつくる磁場を与える式が Biot-Savart の法則であり、次講で述べるように、磁場の基本方程式の 1 つとなる Ampère の法則は Biot-Savart の法則から導かれる。

8.1 Biot-Savart の法則

8.1.1 直線電流がつくる磁場

Ampère の右ねじの法則

直線電流による磁束密度 B の磁束線は、電流をひとまわりする閉じた円を描く。電流の向きに右ねじをねじこんだとき、右ねじの回転する向きと磁束密度 B の向きが一致する。

磁束密度の強さは、直線電流を中心とする円周上で一定であり、電流の強さが I であるとき、電流から距離 r の点における磁束密度の大きさは次の式で与えられる：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}. \quad (8.1)$$

直線電流がつくる磁場は、前に述べた小さなコイル（矩形コイル、円形コイル）を用いて調べることができる。たとえば、鉛直上向きに流れる直線電流のそばに、電流が流れる小さなコイルをつるす。コイルは鉛直軸を中心に回転し、直線電流がコイルの面内にあるような角度で止

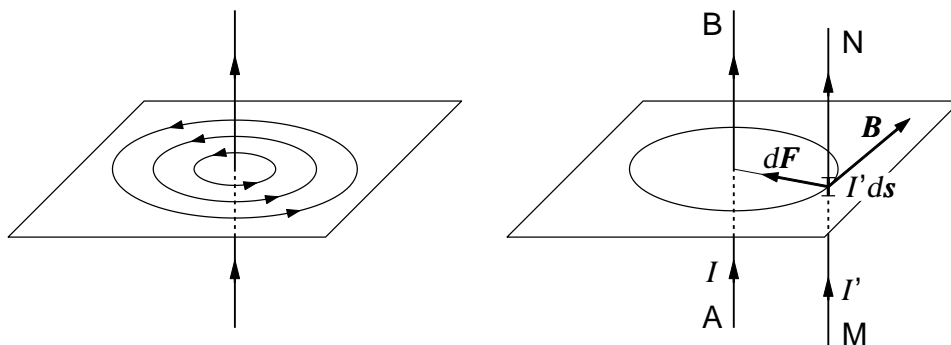


図 8.1: Ampère の右ねじの法則

まる。コイルが磁場から受ける力の項で見たように、コイルには磁場からの作用を受けて偶力がはたらき、コイルの面の法線が磁束密度と同じ方向になるときに偶力は 0 になって止まる。すなわち、磁束密度 B は直線電流を中心とする円の接線方向を向いている。電場に対して電束線を考えたように、磁束密度に対して磁束線 (line of magnetic induction) を考えることができる。直線電流による磁束線の様子を図 8.1 の左図に示す。

磁束密度の強さは、平行電流のあいだにはたらく力から求めることができる。図 8.1 の右図に示すように、 \overrightarrow{AB} 方向の電流 I と、 \overrightarrow{MN} 方向の電流 I' を考える。電流素片 $I' ds$ が電流 I から受ける力 dF は、(7.1) と (7.3) の 2 通りの表現

$$dF = \frac{\mu_0 I I' ds}{2\pi r}, \quad dF = |I' ds \times B| = I' B ds$$

より、磁束密度の強さ (8.1) が得られる。

例題 8.1 直線電流 無限に長い直線電流がつくる磁場の磁束密度を求めよ。

解 図 8.2 に示すように、 A から B へ向かって流れる強さ I の直線電流が、電流からの距離が r の点 P につくる磁場の磁束密度を求める。点 P から電流に垂線を下ろし、垂線の足 O を原点として電流の流れる向きに s 軸をとる。電流 (s 軸) 上に点 Q をとり、 PQ 間の距離を R 、 \overrightarrow{QP} と \overrightarrow{AB} のなす角を θ ($0 < \theta < \pi$) とする。このとき、点 Q における電流素片 $I ds$ が点 P につくる磁場の磁束密度 dB は

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \theta ds}{R^2} n$$

と表せ、 n は紙面に垂直で表から裏を向いた単位ベクトルである。AB 間の電流によ

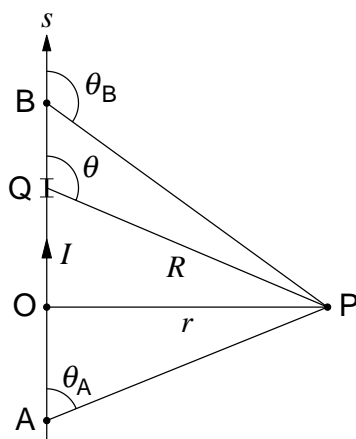


図 8.2: 直線電流による磁束密度

る磁束密度は、上の式を積分して求められる。その際、

$$R = \frac{r}{\sin \theta}, \quad ds = \frac{r d\theta}{\sin^2 \theta}$$

を用いて,

$$B_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_A^B \frac{\sin \theta}{R^2} ds \mathbf{n} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \theta_A - \cos \theta_B) \mathbf{n}$$

と得られる。無限に長い電流がつくる磁場の磁束密度は, この式で $\theta_A \rightarrow 0, \theta_B \rightarrow \pi$ として,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{n}$$

となる。

例題 8.2 図 8.3 の左図に示すように, 半径が a の円に内接する正 n 角形 (図は 8 角形) の回路に強さ I の電流が流れている。円の中心における磁束密度の大きさを求めよ。

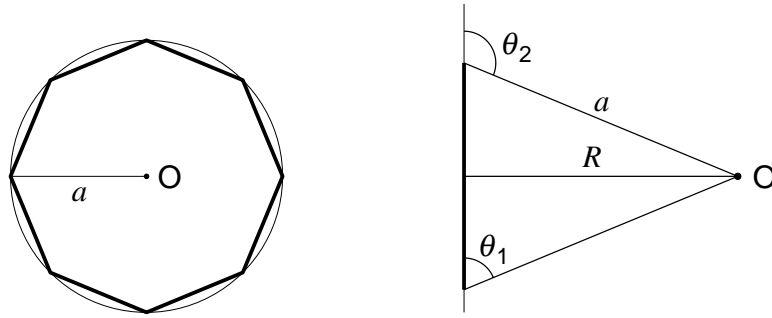


図 8.3: 正 n 角形を流れる電流による磁束密度

解 それぞれの辺を流れる電流が中心につくる磁束密度は, 向きも大きさも等しい。1 辺を流れる電流の寄与の計算には, 直線電流による磁束密度の式が利用できる。すなわち, 図 8.3 の右図に示すように, 正 n 角形の 1 辺を流れる電流が点 O につくる磁束密度は

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

と表すことができ, ここで, 中心から辺までの距離 R と角 θ_1, θ_2 は

$$R = a \cos \frac{\pi}{n}, \quad \theta_1 = \frac{n-2}{2n} \pi, \quad \theta_2 = \frac{n+2}{2n} \pi$$

である。三角関数の公式より

$$\cos \frac{n-2}{2n} \pi - \cos \frac{n+2}{2n} \pi = -2 \sin \frac{\pi}{2} \sin \left(-\frac{\pi}{n} \right) = 2 \sin \frac{\pi}{n}$$

を用いて,

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \tan \frac{\pi}{n}$$

となる。従って, n 個の辺を 1 周する電流がつくる磁束密度の大きさが得られる:

$$B = nB_1 = \frac{n\mu_0 I}{2\pi a} \tan \frac{\pi}{n}.$$

8.1.2 Biot-Savart の法則

十分に長い直線電流によって作られる磁束密度を求めることは比較的容易である。任意の形をした線状導線を流れる電流による磁場の磁束密度を求めるには、その電流を微小な電流素片 $I ds$ に分けて、それぞれの電流素片による磁束密度を足し合わせればよい。しかし、電流は、電荷と異なり、長いつながりのあるものであり、その一部分だけを取り出して、その作用を分離して調べることは一般に難しい。Biot と Savart は、この困難を巧みな工夫によって克服して、電流素片による磁束密度に関する実験則を見出した。

Biot-Savart の法則

線状導線に強さ I の電流が流れているとき、その導線上の微小部分 ds の電流素片 $I ds$ がつくる磁場の、電流素片から位置 r の点における磁束密度 dB は

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \times r}{r^3} \quad (8.2)$$

で与えられる。これを Biot-Savart の法則 (Biot-Savart's law) という。磁束密度の単位は、国際単位で T (テスラ) であり、

$$\text{磁束密度の単位: } T = N \cdot A^{-1} \cdot m^{-1} = Wb \cdot m^{-2} \quad (8.3)$$

と表せる。ここで、Wb (ウェーバー) は磁束の単位である。

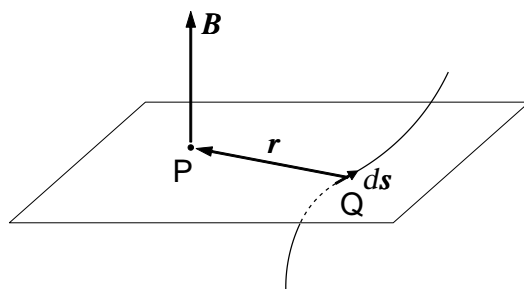


図 8.4: Biot-Savart の法則

図 8.4 に Biot-Savart の法則 (8.2) を表す。電流 I が線状導線を A から B へ流れている。導線上の点 P における微小な電流素片 $I ds$ が、その位置から引いた位置ベクトル r にある点 Q につくる磁束密度 dB の大きさは

$$dB = \frac{\mu_0 I ds}{4\pi r^2} \sin \theta$$

である。ここで、 θ は ds と $r = \overrightarrow{PQ}$ がなす角である。 dB は ds と r を含む平面に垂直であり、その向きは、 ds から r の方 (小さいほうの角 θ) へ右ねじをまわしたときにねじの進む向きである。

運動する荷電粒子がつくる磁場

電荷 q をもつ荷電粒子が速度 v で運動しているとき、この粒子が位置ベクトル r の点
に作る磁束密度は

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^3} \quad (8.4)$$

で与えられる。ただし、 r は荷電粒子を始点とした位置ベクトルであるので、粒子が運動するに伴って r が変化することに注意しなければならない。

電流は荷電粒子の流れであるので、運動する荷電粒子がつくる磁場についても Biot-Savart の法則が適用できる。断面積が S の線状導線を通る電流 I は

$$I = nqvS$$

と表せる。ここで、 n は（移動できる）荷電粒子の密度、 q は荷電粒子の電荷、 v は荷電粒子の平均移動速度の大きさである。上の電流 I を用いると、電流素片 $I ds$ は

$$I ds = nqvS \cdot ds = nS ds \cdot qv$$

と書ける。 ds は微小部分の長さであるので、 $S ds$ は線状導線の微小部分の体積を表し、従って、 $nS ds$ はこの微小体積に含まれる荷電粒子の数を表す。つまり、 qv は、1個の荷電粒子が速度 v で運動しているときの電流素片 $I ds$ に相当する。よって、Biot-Savart の法則 (8.2) において $I ds$ を qv で置き換えて（もはや微小なベクトル $I ds$ ではないので、左辺でも dB を B として）、(8.4) が得られる。

例題 8.3 円電流

半径が a の線状導線に強さ I の電流が流れている。円の中心軸（円の中心を通り、円の面に垂直な直線）上の点における磁束密度を求めよ。

解 図 8.5 に示すように、円の中心を原点 O として、円の中心軸を z 軸とする。円周上の点 Q にある電流素片 $I ds$ が、 z 軸上の点 P につくる磁束密度は (8.2) より

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \times \mathbf{r}}{r^3}$$

と表せる。ここで、 r は点 Q から点 P へ向かうベクトルである。磁束密度 dB は ds にも r にも垂直であり、 $r = \overrightarrow{QP}$ と z 軸を含む平面内にある。しかし、 dB を円周全体にわたる電流素片について足し合わせると、対称性より、 z 軸に垂直な成分は打ち消しあって 0 になる。従って、円電流が円の中心軸上につくる磁束密度は z 軸の正の向きであって、その大きさは、上に示した dB の z 成分を円周全体にわたって積分して求められる：

$$B = \oint dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{ds}{a^2 + z^2} \cos \phi = \frac{\mu_0 I a}{2(a^2 + z^2)} \cos \phi.$$

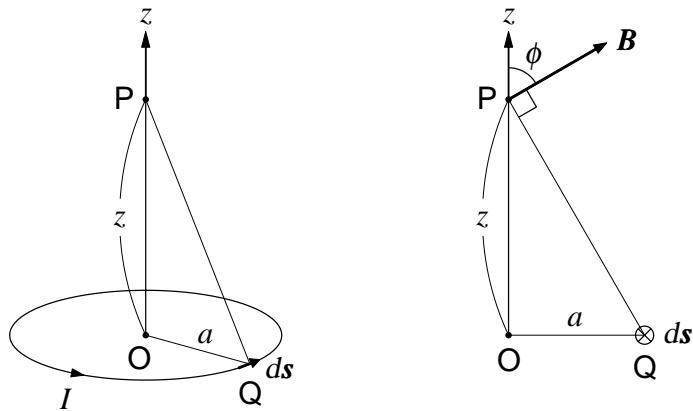


図 8.5: 円電流による磁束密度

ここで, ϕ は dB と z 軸 (の正の向き) とのあいだの角であり, $\cos \phi = a/\sqrt{a^2 + z^2}$ である。よって, 求める磁束密度の大きさは

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + z^2)^{3/2}}.$$

となる。

なお, 正 n 角形で $n \rightarrow \infty$ の極限が円に対応する。例題 8.2 で

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \tan \frac{\pi}{n} = \pi$$

を用いると,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

となり, 上で求めた磁束密度の大きさの式で $z = 0$ を代入した場合に一致する。

例題 8.4 Helmholtz コイル 図 8.6 に示すように, 半径 a の 2 つの円形コイルが, 距離 a だけ隔て同一の中心軸をもつように置かれている。2 つのコイルに同じ向きに同じ強さの電流を流すとき, 中心軸上において 2 つのコイルの midpoint 付近では, 磁束密度が一様であることを示せ。

解 円の共通の中心軸を x 軸とし, 2 つのコイルの midpoint を原点とする。すなわち, 2 つの円の中心は $x = -a/2$ と $x = a/2$ である。電流の強さを I とすると, 直前の例題の結果から, 中心軸上の磁束密度は軸の向きであり, 2 つの円電流による磁束密度の大きさは

$$B(x) = \frac{\mu_0 I a^2}{2[a^2 + (a/2 + x)^2]^{3/2}} + \frac{\mu_0 I a^2}{2[a^2 + (a/2 - x)^2]^{3/2}}$$

と書ける。原点付近での磁束密度の一様性を調べるために, 上の式を x について Taylor 展開する:

$$B(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left. \frac{d^k B(x)}{dx^k} \right|_{x=0} x^k$$

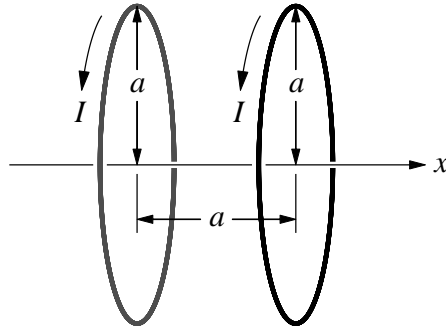


図 8.6: Helmholtz コイル

中心軸上の磁束密度の大きさ $B(x)$ は、 x の偶関数であるので、展開の奇数次項の係数は全て 0 になり、偶数次項だけが残る。2 次の項の係数は

$$\left. \frac{d^2 B(x)}{dx^2} \right|_{x=0} = 0$$

である。従って、磁束密度の展開において、定数項（展開の 0 次の項）を除いて x に依存する最初の項は x^4 の項であり、

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{a} \left(\frac{4}{5} \right)^{3/2} + O(x^4)$$

磁束密度の一様性はきわめて高い。

8.2 磁気モーメント

8.2.1 微小な円電流による磁気モーメント

微小な円電流が遠方の点につくる磁束密度は、磁気双極子による磁束密度で与えられる：

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi r^3} \cos \theta \mathbf{e}_r + \frac{\mu_0 p_m}{4\pi r^3} \sin \theta \mathbf{e}_\theta \quad (8.5)$$

ここに

$$p_m = I \pi a^2$$

は磁気モーメントの大きさであり、 a は円の半径、 I は円電流の強さである。

円電流が遠方の点につくる磁束密度の式 (8.5) は以下のように導ける。

図 8.7 に示すように、円の中心を原点 O として、円形コイルの面を xy 平面とする。ただし、磁束密度を求める点 P が yz 平面にあるように y 軸をとる (円は z 軸対称であるから、このような x 軸と y 軸の向き取り方は一般性を失わない)。

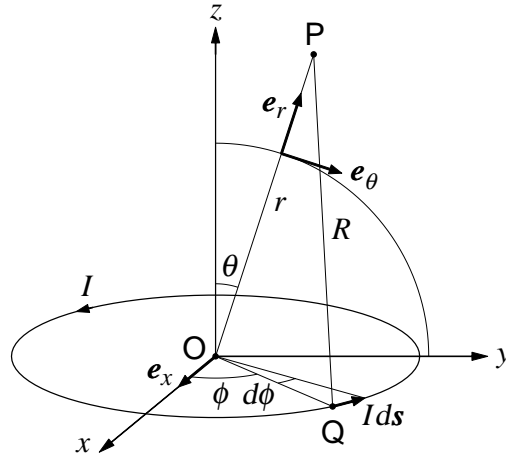


図 8.7: 磁気双極子

円電流の Q における電流素片 $I ds$ が点 P につくる磁束密度 $d\mathbf{B}$ は、 $\overrightarrow{QP} = \mathbf{R}$ として、

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \times \mathbf{R}}{R^3} \quad (8.6)$$

で与えられる。ここで、ベクトル積 $ds \times \mathbf{R}$ を計算するために、極座標の 2 つの単位ベクトルである $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$ の向きの単位ベクトル \mathbf{e}_r と、 yz 平面内で \mathbf{r} に垂直な単位ベクトル \mathbf{e}_θ 、及び、 x 軸の正の向きの単位ベクトル \mathbf{e}_x を用いる。これらの単位ベクトルによって、 ds と \mathbf{R} は

$$ds = a d\phi (\sin \theta \cos \phi \mathbf{e}_r + \cos \theta \cos \phi \mathbf{e}_\theta - \sin \phi \mathbf{e}_x)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} - \overrightarrow{OQ} = (r - a \sin \theta \sin \phi) \mathbf{e}_r - a \cos \theta \sin \phi \mathbf{e}_\theta - a \cos \phi \mathbf{e}_x$$

と表される。さらに，単位ベクトルのベクトル積の関係式

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_x &= \mathbf{e}_\theta, & \mathbf{e}_\theta \times \mathbf{e}_r &= \mathbf{e}_x, & \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_\theta &= \mathbf{e}_r, \\ \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_x &= \mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_r &= \mathbf{e}_\theta \times \mathbf{e}_\theta &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

を用いて，

$$d\mathbf{s} \times \mathbf{R} = a d\phi \left[a \cos \theta \mathbf{e}_r + (r \sin \phi - a \sin \theta) \mathbf{e}_\theta + r \cos \theta \cos \phi \mathbf{e}_x \right] \quad (8.7)$$

となる。また，分母の R^3 は単位ベクトルの内積

$$\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_r = \mathbf{e}_\theta \cdot \mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_x = 1, \quad \mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_\theta \cdot \mathbf{e}_x = \mathbf{e}_x \cdot \mathbf{e}_r = 0$$

を用いて

$$\begin{aligned} R^3 &= \left[(r - a \sin \theta \sin \phi)^2 + (-\cos \theta \sin \phi)^2 + (-a \cos \phi)^2 \right]^{3/2} \\ &= [r^2 + a^2 - 2ra \sin \theta \sin \phi]^{3/2} \end{aligned} \quad (8.8)$$

と表せる。(8.7) と (8.8) を (8.6) に代入して，電流素片 $I d\mathbf{s}$ が点 P につくる磁束密度 $d\mathbf{B}$ は

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{a \cos \theta \mathbf{e}_r + (r \sin \phi - a \sin \theta) \mathbf{e}_\theta + r \cos \theta \cos \phi \mathbf{e}_x}{[r^2 + a^2 - 2ra \sin \theta \sin \phi]^{3/2}} a d\phi$$

となる。これを， $d\phi$ について 0 から 2π まで（円を 1 周）積分すれば，円電流がつくる磁束密度が求められる。ただし，被積分関数の分母に $\sin \phi$ があるので，積分を実行するのは容易ではない。

ここで，点 P が円電流から遠く離れている場合の近似式を求める。それは， $r \gg a$ として $1/R^3$ を a/r について Taylor 展開して得られる：

$$\frac{1}{R^3} = \frac{1}{[r^2 + a^2 - 2ra \sin \theta \sin \phi]^{3/2}} = \frac{1}{r^3} \left(1 + \frac{3a}{r} \sin \theta \sin \phi + \dots \right).$$

右辺の第 2 項までとって（近似），

$$\begin{aligned} d\mathbf{B} &= \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} \left[\left(a \cos \theta + \frac{3a^2}{r} \sin \theta \cos \theta \sin \phi \right) \mathbf{e}_r \right. \\ &\quad + \left(r \sin \phi - a \sin \theta + 3a \sin \theta \sin^2 \phi - \frac{3a^2}{r} \sin^2 \theta \sin \phi \right) \mathbf{e}_\theta \\ &\quad \left. + \left(r \cos \theta \cos \phi + 3a \sin \theta \cos \theta \sin \phi \cos \phi \right) \mathbf{e}_x \right] a d\phi \end{aligned}$$

となる。 ϕ について 0 から 2π まで積分すると， $\cos \phi$ の 1 次の項， $\sin \phi$ の 1 次の項，及び， $\sin \phi \cos \phi = \frac{1}{2} \sin 2\phi$ の項は 0 になる：

$$\int_0^{2\pi} \cos \phi d\phi = \int_0^{2\pi} \sin \phi d\phi = \int_0^{2\pi} \sin \phi \cos \phi d\phi = 0.$$

すなわち, e_e の第2項, e_θ の第1項と第4項, 及び, e_x の全ての項 (第1項と第2項) は0になる。また, e_θ の第3項で,

$$\sin^2\phi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\phi$$

の第2項は積分によって0になる。従って, 残る項は, e_e の第1項, e_θ の第2項と第3項 (一部) だけであり, e_x の成分はなくなる。その結果, 円電流が遠方の点につくる磁束密度は (8.5) で与えられる。

電気双極子モーメントとの類似性

微小な円電流が遠方につくる磁束密度 (8.5) は, 電気双極子が遠方につくる電場に良く似ている:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{p_m \cos\theta}{r^3} \mathbf{e}_r + \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{p_m \sin\theta}{r^3} \mathbf{e}_\theta \\ \mathbf{E} &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p \cos\theta}{r^3} \mathbf{e}_r + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \sin\theta}{r^3} \mathbf{e}_\theta \end{aligned}$$

実際, p_m を電気双極子モーメント p で置き換え, μ_0 を $1/\epsilon_0$ と読み替えると, 電気双極子による電場の式に完全に一致する。ただし, これらはどちらも遠方における近似式である。円電流の近くにおける磁束密度と電気双極子の近くにおける電場とは全く異なった形をしている。

任意の形をした平面閉電流

円電流による遠方での磁束密度 (8.5) を求める際に Taylor 展開 (前のページ) を行い, a/r の1次の項までとった。 ϕ についての1周の積分によって, r^{-2} の項は0になる。その結果, 磁束密度は r^{-3} の依存性をもつ。この性質は, 一般に, 平面上の任意の形状をした閉じた回路を流れる電流が遠方につくる磁束密度を求める場合でも同様である。流れる電流の強さが I , 微小回路の面積が dS であるとき, 磁気モーメントを $p_m = I dS$ として, 遠方の領域における磁束密度は (8.5) で表される。

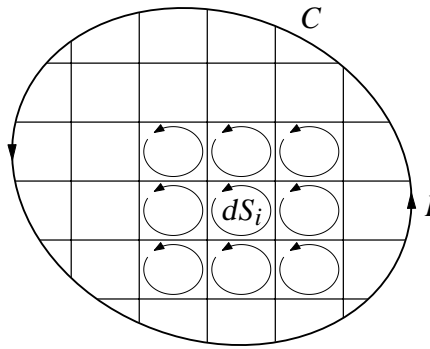


図 8.8: 電流素回路

さらに, 任意の平面閉回路 C を流れる電流 I に対しても磁気モーメントとしての性質が適用できる。図 8.8 に示すように, C を周囲とする平面 S を多数の微小な電流素回路 (面積 dS_i) に分け, そこを C を流れる電流 I と同じ強さの電流が同じ向き (時計まわり, あるいは, 反

時計まわり)に流れると考える。その各々は $I dS_i$ の磁気モーメントをもつ。従って、閉回路 C を流れる電流の効果は、微小な磁気モーメント $I dS_i$ の効果を合わせたものと同様である。電流素回路を流れる電流は、周囲 C を除いて、隣り合う電流素回路を流れる電流と逆向きで大きさが等しいので、互いに打ち消しあう。つまり、電流素回路を流れる電流を足し合わせると、閉回路 C だけを流れる電流になる。

8.2.2 荷電粒子の磁気モーメントと角運動量

面積 S のコイルに電流 I が流れているとき、その磁気モーメントの大きさは $p_m = IS$ である。電流は電荷の流れであるから、電荷が閉じた回路にそって回転運動するとき磁気モーメントをもつと考えてもよい。回転運動を特徴付ける力学的な量は角運動量である。

ここでは回転運動の最も単純な例として、図 8.9 に示すように、半径 a の円形コイルに沿って、電荷が q で質量が m の荷電粒子が等速円運動している場合を考える。等速円運動の速さ

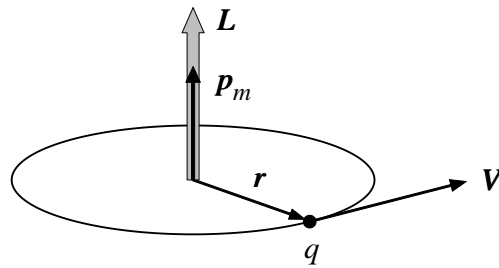


図 8.9: 磁気モーメントと角運動量

を V とすると、荷電粒子の角運動量の大きさは

$$L = m |\mathbf{r} \times \mathbf{V}| = mVa$$

である。一方、円の面積 S と電流 I は

$$S = \pi a^2, \quad I = \frac{qV}{2\pi a}$$

と表せるので、磁気モーメントの大きさは

$$p_m = IS = \frac{qV}{2\pi a} \pi a^2 = \frac{qVa}{2}$$

となる。従って、磁気モーメントは角運動量を用いて

$$\mathbf{p}_m = \frac{q}{2m} \mathbf{L} \quad (8.9)$$

と表せる。この式はベクトルとして表してあるが、実際、磁気モーメントベクトル \mathbf{p}_m と角運動量ベクトル \mathbf{L} は同じ向きである。(8.9) は円運動以外の場合でも一般的に成り立つ。

8.2.3 磁気モーメントの歳差運動

一様な磁場 H の中に置かれた磁気モーメント p_m には (7.12) で与えられる力のモーメントが作用する。一方、力学で学んだように、角運動量 L に対する運動方程式は $dL/dt = N$ で与えられる。すなわち、一様な磁場の中に置かれた磁気モーメントに付随する角運動量に対して

$$\frac{dL}{dt} = \frac{q}{2m} L \times H \quad (8.10)$$

が成り立つ。これは、一様な重力のもとでのコマの運動とおなじである。自転しているコマの回転軸を倒す向きに重力が作用するとき、コマの自転軸は重力の方向を軸として歳差運動する。これと同様に、一様な磁場の中に置かれた角運動量 L は磁場の向きを軸として歳差運動する (図 8.10 参照)。

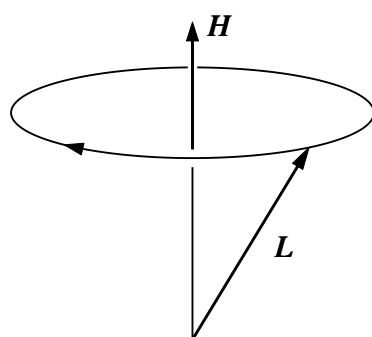


図 8.10: 磁気モーメントの歳差運動

物質を構成する粒子である電子、陽子、中性子などは固有の角運動量 (軌道運動ではなく内部自由度) をもち、その大きさは Planck 定数を単位として $1/2$ である。これらの複合束縛系である原子核や原子も、固有角運動量と軌道角運動量とが合成された角運動量 J をもち、これらの角運動量に付随して磁気モーメントがある：

$$p_m = gJ. \quad (8.11)$$

ここに、 g は磁気角運動量比と呼ばれる定数である。(図 8.9 に示した例の場合、 $g = q/(2m)$ である。) このように一般化された角運動量に対しても、一様な磁場 H のもとでは運動方程式

$$\frac{dJ}{dt} = gJ \times H \quad (8.12)$$

が成り立ち、角運動量は歳差運動する。歳差運動の角振動数の電磁波をあてると角運動量の運動と共鳴して電磁波が強く吸収される。これを 磁気共鳴 と呼ぶ。