

「ストレンジネスを含むクォーク多体系分野
の理論的将来を考える」研究会

Lattice QCD session のまとめ

佐々木 勝一 (東京大学)

プログラム (27日)

- 「現実的シミュレーションの取り組み」
 - 金児隆志(KEK) 「厳密なカイラル対称性を持つ現実的なシミュレーション」
 - 浮田尚哉(筑大) 「PACS-CSの取り組み」
- 「格子QCDで探るハドロン間相互作用(パート1)」
 - 山崎剛 (筑大) 「格子上での散乱・共鳴・束縛状態」
 - 佐々木潔(東工大) 「 $l=2$ $\pi\pi$ 波動関数と散乱位相」
 - 室谷心(松本大) 「 $K\pi$ チャンネルの散乱長」

プログラム (28日)

— 「格子QCDの現象論への応用」

- 駒佳明(沼津高専) 「重いクォーク間ポテンシャルの物理的意義とその精密化」
- 山本新(京大) 「格子QCDと現象論的モデルによるheavy-heavy-lightクォークポテンシャルの研究」
- 新谷栄悟(基研) 「格子上でのハドロン相関関数とそのOPE展開」

— 「格子QCDで探るハドロン間相互作用(パート2)」

- 初田哲男(東大) 「核カプロジェクトの現状」
- 根村英克(理研) 「格子QCDによるハイペロン-核子相互作用の研究」

シミュレーションの現状

- [動的クォークの数
 - 2 + 1 フレーバー ($m_u = m_d \neq m_s, m_{c,b,t} = \infty$)
- [格子間隔 (カットオフ)
 - 1.7 GeV – 2.2 GeV
- [有限体積 (空間のサイズ)
 - 2.0 fm – 3.0 fm
- [クォークの質量 (π 中間子の質量)
 - 400 MeV 以下

まとめ（私見）

カイラル摂動論、QCD和則、 $1/m$ 展開

output



input

実験で観測できる物理量

まとめ（私見）

格子QCD計算



精密なinput

カイラル摂動論、QCD和則、 $1/m$ 展開



精密なoutput

実験で観測できる物理量

我々はその入り口にいる

現実的シミュレーションの取り組み

- [日本における主な拠点
 - 筑波大学 (PACS-CS collaboration)
 - KEK (JLQCD collaboration)
 - 理研BNL (RBC collaboration)

PACS-CS at U. Tsukuba

— [国産超並列クラスタ (2560 CPU, 14.3 TFlops)

— [宇川, 金谷, 青木, 吉江, 石塚, 蔵増, 谷口, 石井, 浮田,
加堂, 山崎(筑波), 大川, 石川(広大), 佐々木(東工大)
+ 初田(東大), 根村(理研)

— [日本における格子QCDの総本山

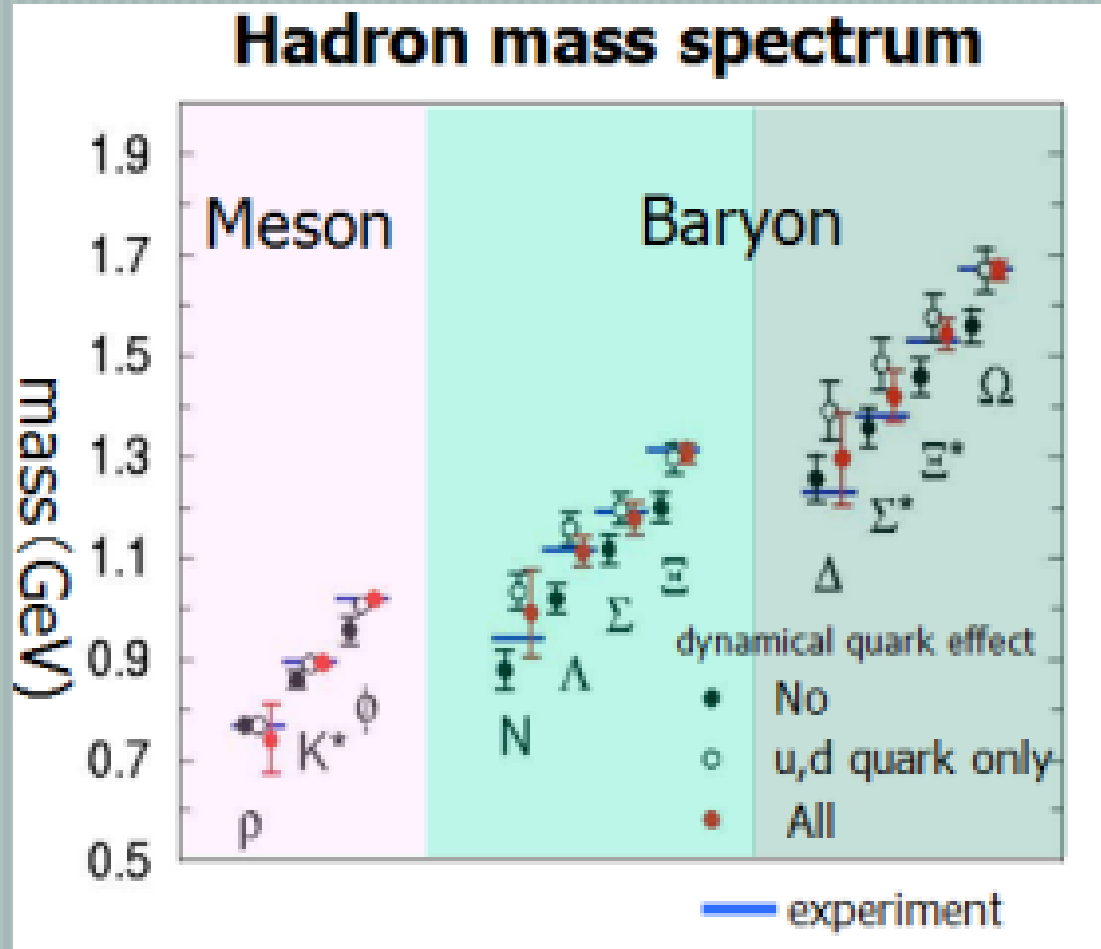
— [特色

— 物理的クォーク質量近傍でのシミュレーション



Lattice Hadron Spectroscopy

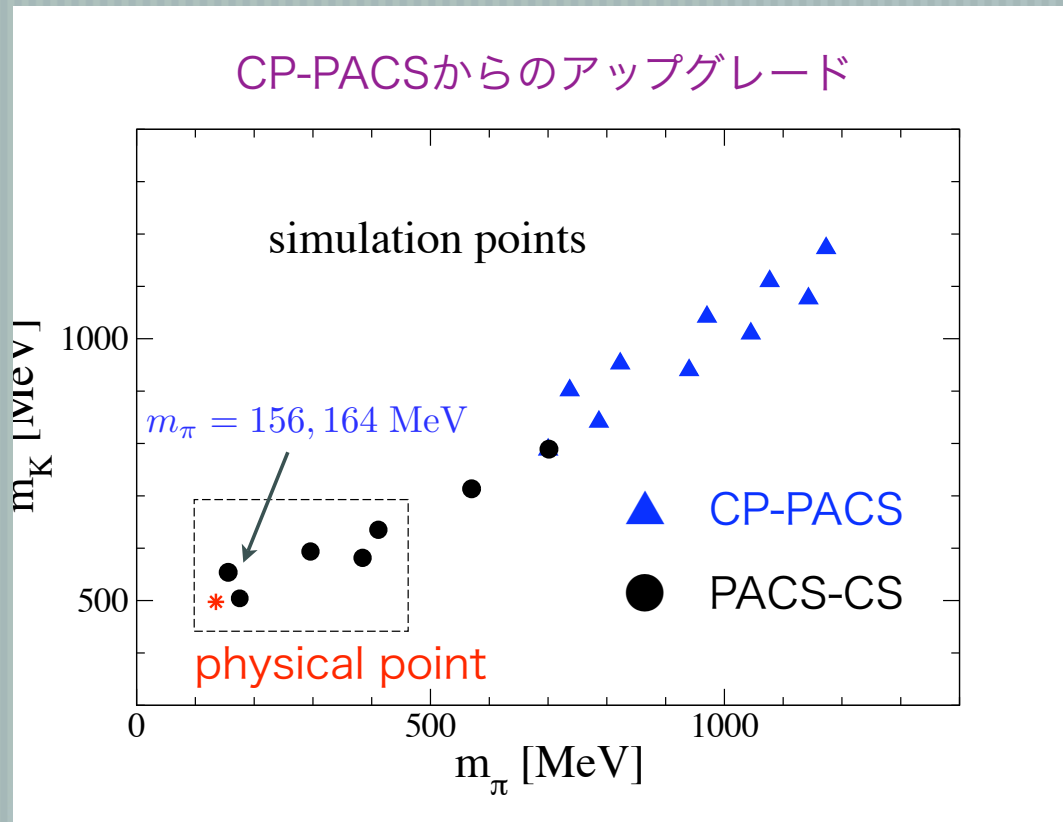
Experimental results are reproduced to **within a few %**



- u,d,s (2+1 flavor)
- u,d (2 flavor)
- quench approx.

CP-PACS
collaboration

Physical point に向けて



unitary points with $m_\pi \lesssim 400$ MeV

PACS-CS collaboration

- $N_f=2+1$ simulations
- $O(a)$ -improved Wilson quark
- $32^3 \times 64$ lattice
- $a = 0.09$ fm ($a^{-1} = 2.2$ GeV)
- $V=(2.9 \text{ fm})^3$

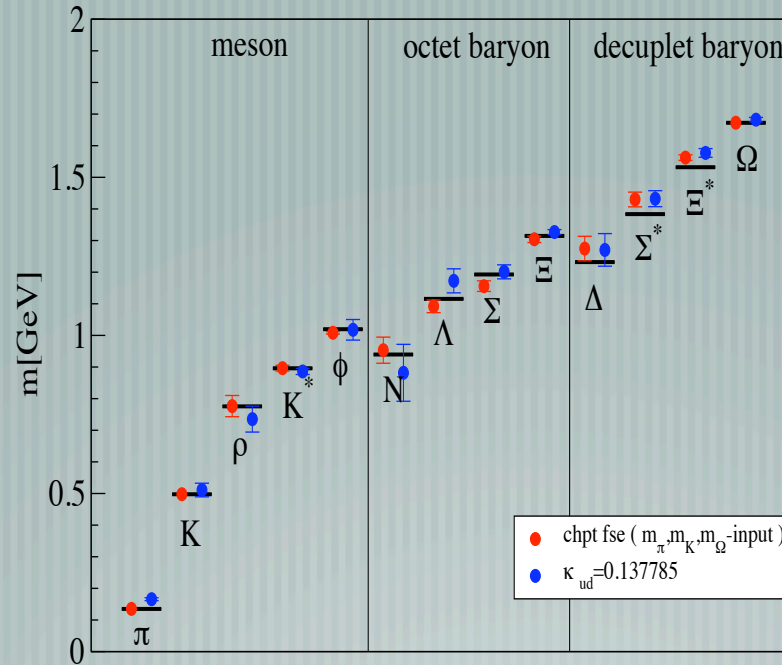
Ukita, arXiv:0810.0563

浮田さん (筑波)

PACS-CS

$$\kappa_{ud} = 0.137785, \kappa_s = 0.13660$$

27



$$m_\pi = 164(4) \text{ MeV}$$

カイラル外挿後

	ChPT	experiment	$\kappa_{ud} = 0.137785$
$m_{ud}^{\overline{MS}}$ [MeV]	2.53(5)	—	3.5(3)
$m_s^{\overline{MS}}$ [MeV]	72.7(8)	—	73.4(2)
f_π [MeV]	134.0(4.2)	$130.7 \pm 0.1 \pm 0.36$	129.0(5.4)
f_K [MeV]	159.4(3.1)	$159.8 \pm 1.4 \pm 0.44$	160.6(1.4)

JLQCD at KEK

- [IBM BlueGene/L (10 racks = 57.3 TFlops)
- [橋本, [金児](#), 松古, 山田, 野秋(KEK), 青木, [山崎](#)(筑波),
大野木, [新谷](#)(基研), 深谷(名大)
- [若手主体のCollaboration
- [特色
 - [厳密なカイラル対称性](#)を持つシミュレーション
 - Overlap fermion 形式 (Wilson fermionの50-100倍のコスト)



2.2 parameters

 $N_f = 2$ runs : completed

- Iwasaki-gauge + overlap + Δ_W
- $\beta = 2.30 \Rightarrow a \approx 0.118(2)$ fm ($r_0 = 0.49$ fm)
- $16^3 \times 32$ lattice $\Rightarrow L \simeq 2$ fm
- 6 values of $m_{ud} \in [m_{s,\text{phys}}/6, m_{s,\text{phys}}]$ for $Q = 0$
- 10000 HMC trajectories at each m_{ud}
- $Q = -2, -4$ at $m_{ud} \sim m_{s,\text{phys}}/2$

2 flavor simulation

JLQCD

 $N_f = 2 + 1$ runs : on-going

- $\beta = 2.30 \Rightarrow a \approx 0.107(1)$ fm ($r_0 = 0.49$ fm)
- $16^3 \times 48$ lattice $\Rightarrow L \simeq 1.7$ fm
 - 2 m_s 's = $m_{s,\text{phys}}, 1.3 \times m_{s,\text{phys}}$; 5 m_{ud} 's $\in [m_{s,\text{phys}}/6, m_s]$; 2500 traj.
- $24^3 \times 48$ lattice $\Rightarrow L \simeq 2.6$ fm, $M_\pi L \gtrsim 3.7$
 - $m_s \sim m_{s,\text{phys}}$; $m_{ud} \sim m_{s,\text{phys}}/6, m_{s,\text{phys}}/4$; 2500 traj.
- simulations with $Q \neq 0$ are on-going

金見さん (KEK)

1 chiral condensate

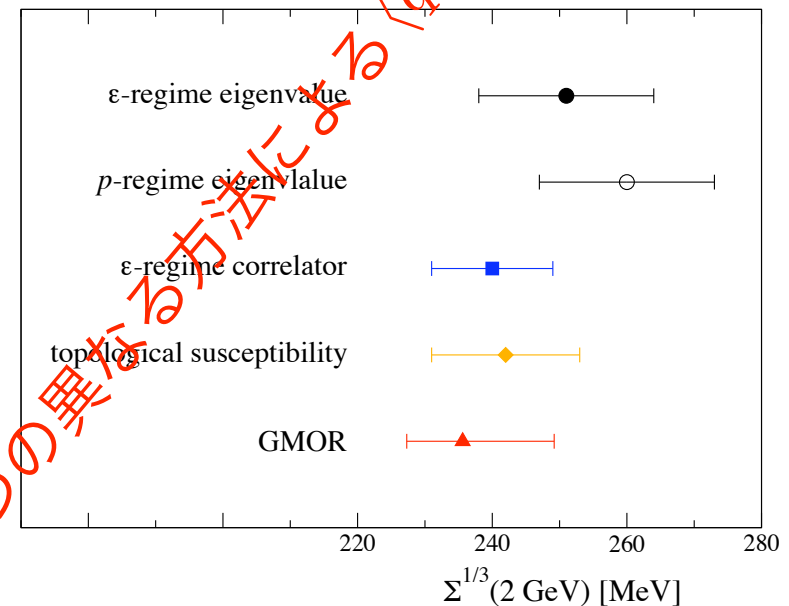
chiral condensate

JLQCD/TWQCD's simulation w/ exact chiral symmetry

⇒ study spontaneously breaking of chiral symmetry (Nambu, 1961)

- can be determined from several sources
 - topological susceptibility : $\chi_t = \Sigma m_q / N_f$
 - GMOR relation : $\Sigma = BF^2$
 - eigenvalue distribution in ϵ -regime :
comparison w/ ChRMT
(Damgaard-Nishigaki, 2001)
 - meson correlators in ϵ -regime
- all result are determined w/ $\lesssim 5\%$ accuracy
- $\langle \bar{q}q \rangle$ from various sources are consistent with each other

JLQCD

results for $\langle \bar{q}q \rangle$ 

⇒ quantitative confirmation of spontaneous chiral symmetry breaking !!

2. strange quark contents

y parameter

$$y = \frac{2\langle N|\bar{s}s|N\rangle}{\langle N|\bar{u}u + \bar{d}d|N\rangle}$$

⇒ direct search of dark matter (XMASS, ...)

- chiral fit + Feynman-Hellman

- $O(p^3)$ PQBChPT
- $g_A, g_{1,\eta NN}$ fixed

- chiral symmetry removes a large contamination in “ $\partial M_N / \partial m_{\text{sea}}^{\text{bare}} \big|_{m_{\text{val}}^{\text{bare}}}$ ”

(UKQCD, 2002)

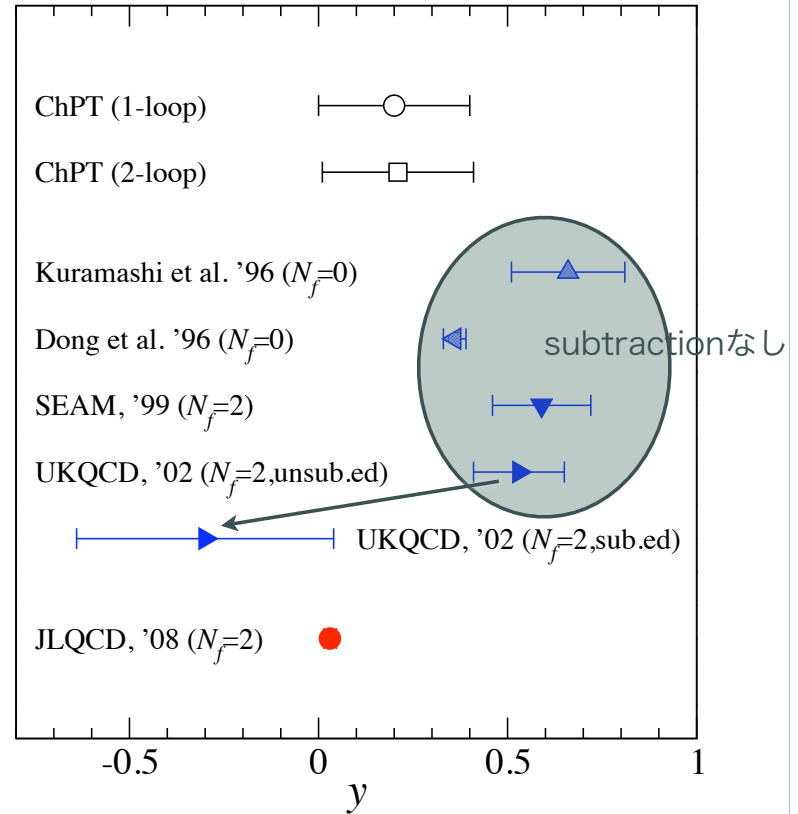
$$\frac{\partial M_N}{\partial m_{\text{sea}}^{\text{phys}}}\bigg|_{m_{\text{val}}^{\text{phys}}} + \frac{\partial M_N}{\partial m_{\text{val}}^{\text{phys}}}\bigg|_{m_{\text{sea}}^{\text{phys}}} \frac{\partial m_{\text{val}}^{\text{phys}}}{\partial m_{\text{sea}}^{\text{bare}}}\bigg|_{m_{\text{sea}}^{\text{phys}}}$$

カイラル対称性の破れに起因

$$y = 0.030(16) \begin{pmatrix} +6 \\ -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \text{smaller but natural ?; need to extend to } N_f = 3$$

JLQCD

ChPT and lattice estimates of y



JLQCD at KEK

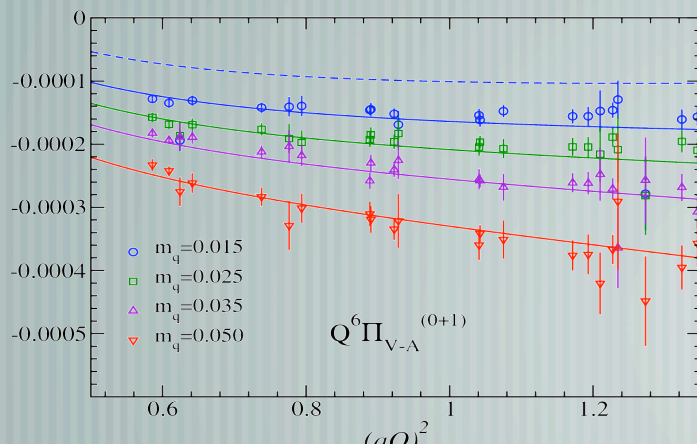
— [新谷さん(基研):格子上のハドロン相関関数とそのOPE展開

$$i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle T j^A(x) j^B(0) \rangle = \sum_n C_n^{AB}(Q^2) \langle \mathcal{O}_n \rangle$$

vacuum condensate

Wilson coefficient (perturbatively calculable)

— [4クォーク凝縮 :



$$O_1 = \bar{q} \gamma_\mu \frac{\tau^3}{2} q \bar{q} \gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} q - \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^3}{2} q \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau^3}{2} q,$$

$$O_8 = \bar{q} \gamma_\mu \lambda_a \frac{\tau^3}{2} q \bar{q} \gamma^\mu \lambda_a \frac{\tau^3}{2} q - \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \lambda_a \frac{\tau^3}{2} q \bar{q} \gamma^\mu \gamma_5 \lambda_a \frac{\tau^3}{2} q$$

□ OPEでは Q^{-6} の振る舞いを予想

→ 格子QCDでも同様の振る舞い

JLQCD at KEK

— [新谷さん(基研):格子上のハドロン相関関数とそのOPE展開

$$i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle T j^A(x) j^B(0) \rangle = \sum_n C_n^{AB}(Q^2) \langle \mathcal{O}_n \rangle$$

vacuum condensate

Wilson coefficient (perturbatively calculable)

— [4クォーク凝縮 :

$$a_6(\mu) = 2 \left[2\pi \langle \alpha_s O_8 \rangle + A_8 \langle \alpha_s^2 O_8 \rangle + A_1 \langle \alpha_s^2 O_1 \rangle \right]$$
$$b_6(\mu) = 2 \left[B_8 \langle \alpha_s^2 O_8 \rangle + B_1 \langle \alpha_s^2 O_1 \rangle \right]$$

$$a_6 = -0.0038(3) \text{ GeV}^6, \quad b_6 = +0.0017 \sim -0.0008 \text{ GeV}^6$$

- 系統誤差(2nd)は a_8 term の有無で評価
- 現象論的モデルの評価 : $a_6 = -0.003 \sim -0.009 \text{ GeV}^6$,

$$b_6 \sim 0.03 a_6$$

vacuum saturation approx.

Riken-BNL-Columbia at RIKEN-BNL

— [QCDOC (10 TFlops) = BlueGeneのプロトタイプ

— [青木, 出淵, 石川(理研BNL), 江尻(BNL), 太田(KEK),
佐々木(東大) (山田, 野秋, 山崎, 土井, 梅田、、、、)

— [国際的なCollaboration(日米英独)

— [特色

— 現実的な対称性を持つシミュレーション

QCDOC with RBRC & BNL Lattice theorists



RBC

Research projects

K meson physics

Precise f_K / f_π
Strange quark mass
 ε (indirect CP violation)
 ε' (direct CP violation)
 $\Delta I = 1/2$ rule
CKM matrix $|V_{us}|$
 η' mass problem

Nucleon structure

Charges g_A, g_T
Nucleon form factors
Nucleon structure function
Hyperon beta decay
Neutron EDM
Proton decay

QCD thermodynamics

Phase transition temperature T_c
Order of phase transition
Equation of state for QGP
Fate of J/ψ (heavy quarkonium)
Transport coefficients of QGP

RBC

2+1 フレーバー-DWF

- Domain Wall Fermion + Iwasaki gauge action

$M_5=1.8$ for DWF

$L^3 \times T \times L_s$	(am_u, am_s)	β	a^{-1} (GeV)	L (fm)	m_π (MeV)	am_{res}	τ MD
$16^3 \times 32 \times 16$	(0.01, 0.04)	2.13	1.62(4) (ρ)	1.94	400	3.08×10^{-3}	4000
	(0.02, 0.04)				527		4000
	(0.03, 0.04)				627		4000
$24^3 \times 64 \times 16$	(0.005, 0.04)	2.13	1.73(3) (Ω)	2.74	331	3.15×10^{-3}	4500
	(0.01, 0.04)				419		5000
	(0.02, 0.04)				557		3500
	(0.03, 0.04)				672		3000

L=16 ensemble:

RBC+UKQCD Collaborations (C.Allton et al.), [Phys. Rev. D76 \(2007\) 014504](#)

L=24 ensemble:

RBC+UKQCD Collaborations (C.Allton et al.), [Phys. Rev. D78 \(2007\) 114509](#)

RBC

L=24 ensemble

- Basic fundamental results:

- $m_{ud}^{\overline{\text{MS}}}(2\text{GeV}) = 3.72(16)(33)\text{MeV}$ and $m_s^{\overline{\text{MS}}}(2\text{GeV}) = 107.3(4.4)(9.7)\text{MeV}$

- $\Sigma^{\overline{\text{MS}}}(2\text{GeV}) = (255(8)(8)\text{MeV})^3$

- $f_\pi = 130.7(1)(4)\text{MeV}$ and $f_K/f_\pi = 1.205(18)$

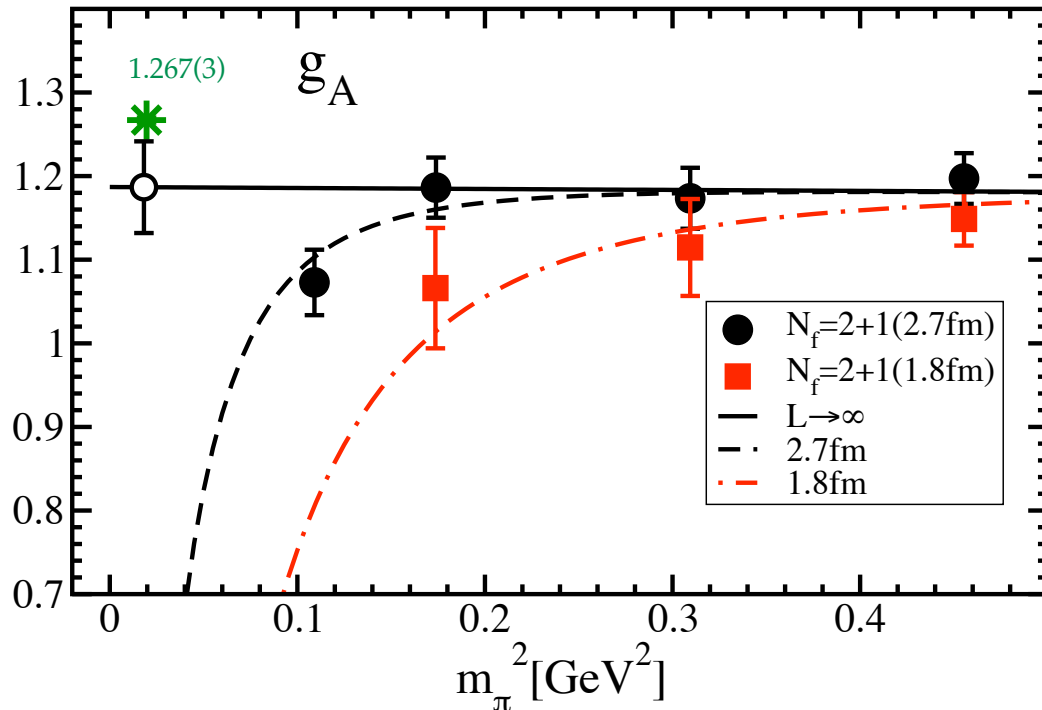
- Specific physics:

- $B_K^{\overline{\text{MS}}}(2\text{GeV}) = 0.524(10)(28)$ RBC+UKQCD, Phys. Rev. Lett. 100 (08) 032001

- $f_+^{K \rightarrow \pi}(0) = 0.9644(33)(34)(14)$ RBC+UKQCD, Phys. Rev. Lett. 100 (08) 141601

Chiral extrapolation

山崎さん(筑波)の仕事



FVE correction is evaluated by a guidance of the **scaling in $m_\pi L$** observed in the data

$$g_A = 1.26(6)(4)$$

at physical pion mass

Ansatz:

T. Yamazaki et al, (RBC+UKQCD Collaborations), PRL 100 (08) 171602

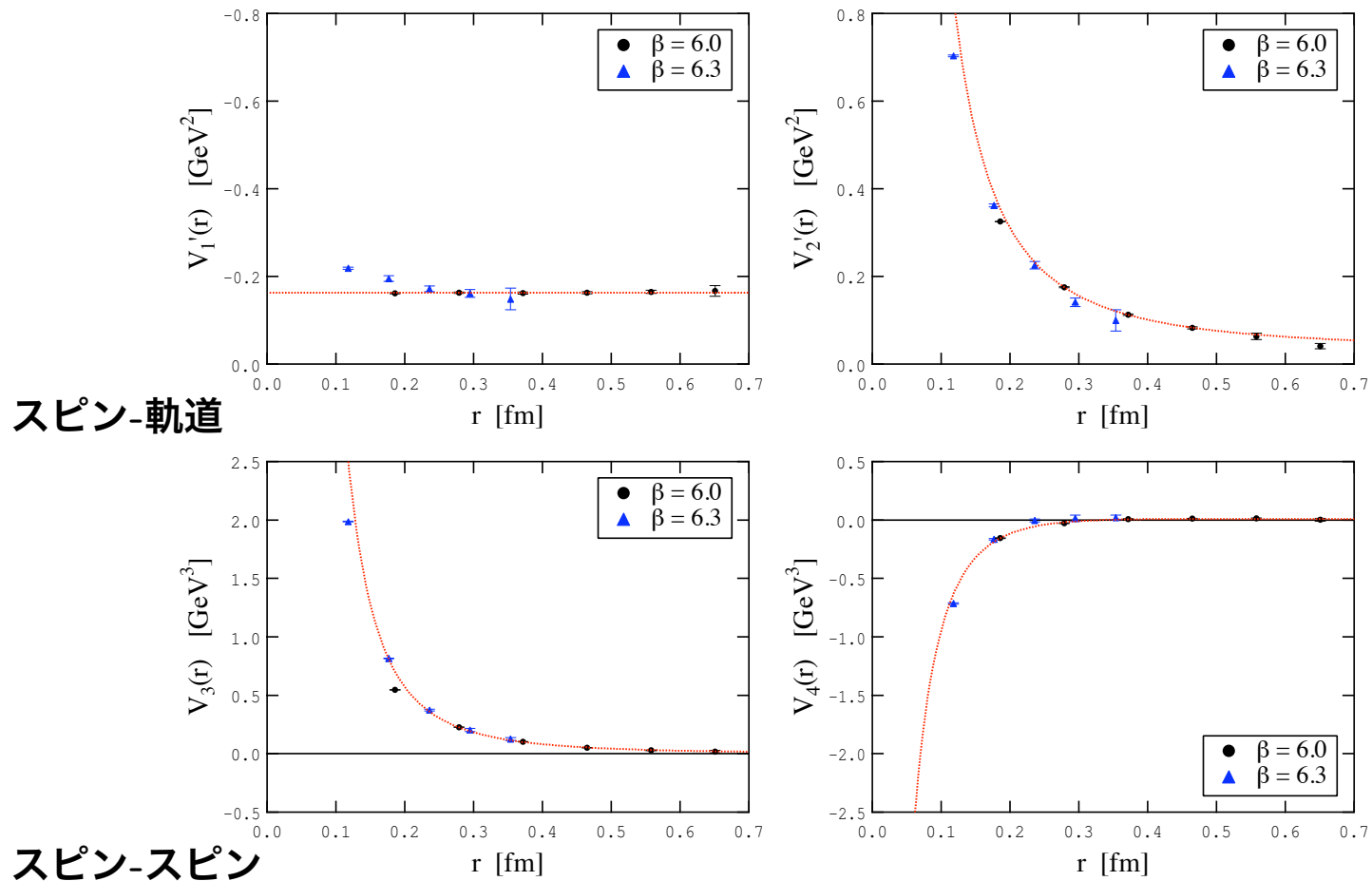
$$g_A(m_\pi, L) = A + Bm_\pi^2 + C f_V(m_\pi L) \quad f_V(x) = e^{-x}, \frac{1}{x^3}, \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}$$

Less than 1% FVE requires $L=3.4-4.1$ fm ($m_\pi L=5.7-6.9$) at $m_\pi=0.33$ GeV

格子QCDの現象論への応用

- [重いクォーク間ポテンシャル
- [有限なクォーク質量の影響 (チャーム系に向けて)
 - 1/m 展開を用いた系統的補正(QQ^{bar}系) : 駒さん(沼津高専)
 - 新しいアプローチ(qQQ系) : 山本さん(京大)

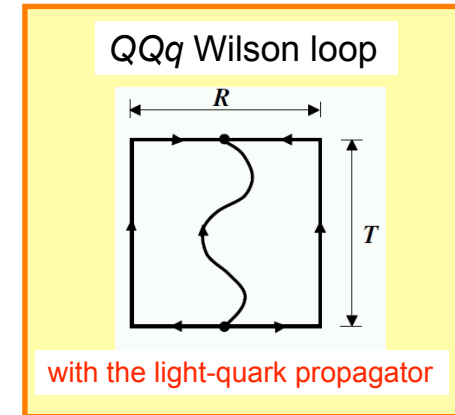
相対論的補正項 $O(1/m_q^2)$: スピン依存項



QQq potential in lattice QCD

山本さん

$$V_{QQq}(R) = \underbrace{\sigma_{\text{eff}} R}_{\text{confinement}} - \underbrace{\frac{A_{\text{eff}}}{R}}_{\text{Coulomb}} + C_{\text{eff}}$$



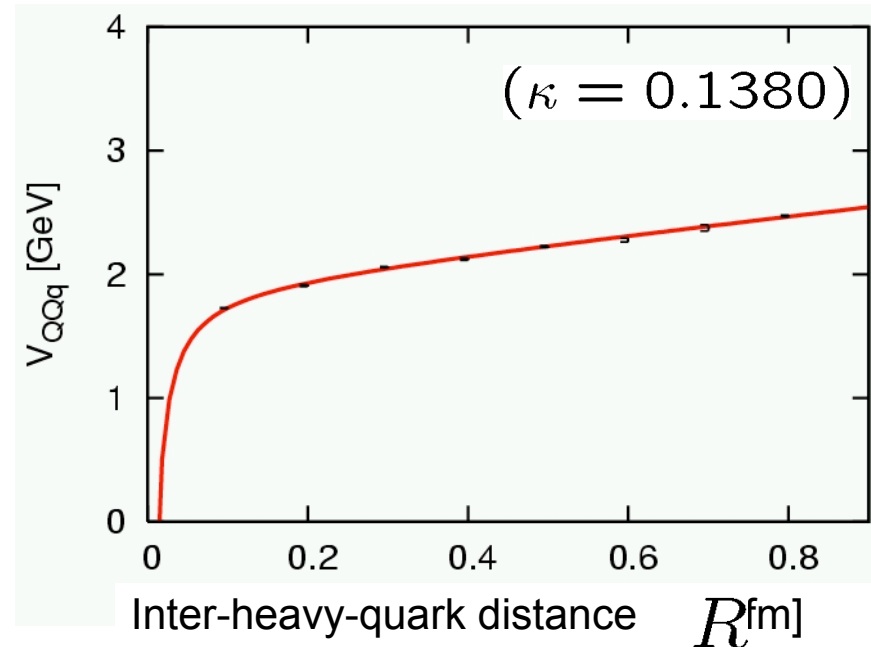
$$\sigma_{\text{eff}} = 0.73(3) \text{ GeV/fm}$$

$$A_{\text{eff}} = 0.13(1)$$

Static 3Q potential

$$\sigma \simeq 0.89 \text{ GeV/fm}$$

$$A_{3Q} \simeq 0.13$$



The “effective” string tension σ_{eff} (= inter-two-quark confinement force) is smaller than the static string tension σ .

格子QCDで探るハドロン間相互作用

— [5つのTalk

- 山崎(筑波): Lüscherの有限体積法のレビュー
- 佐々木(東工大) : $l=2$ $\pi\pi$ 散乱位相
- 室谷(松本大) : $l=1/2, 3/2$ $K\pi$ 散乱長
- 初田(東大) : 核力 (レビューを含む)
- 根村(理研) : ハイペロン-核子系($\Xi N, \Lambda N$ ポテンシャル)

格子QCDで探るハドロン間相互作用

— [Lüscherの有限体積法 (山崎さんによるレビュー)

— 2体系エネルギーの有限体積効果 \Leftrightarrow 2粒子散乱位相

Previous works of scattering state

1. $I = 2$ $\pi\pi$ channel (a_0 and δ_0)

'92 Sharpe, Gupta and Kilcup	'04 CP-PACS Collaboration
'93 Gupta, Patel and Sharpe	Du, Meng, Miao and Liu
Kuramashi <i>et al.</i>	'05 CP-PACS Collaboration
'99 JLQCD Collaboration	BGR Collaboration
'02 Liu, Zhang, Chen and Ma	NPLQCD Collaboration
JLQCD Collaboration	'07 CLQCD Collaboration
'03 BGR Collaboration	'08 NPLQCD Collaboration
CP-PACS Collaboration	Sasaki, Ishizuka
Kim	Yamazaki

2. $I = 3/2$ ($1/2$) $K\pi$ channel \rightarrow Muroya's talk

'04 Miao, Du, Meng, Liu	'08 Nagata, Muroya, Nakamura
'06 NPLQCD	on going Sasaki, Ishizuka

3. $I = 1$ KK channel

'08 NPLQCD

Previous works of scattering state (cont'd)

4. $(\eta_c, J/\psi) - (\pi, \rho, n)$ channel

'06 Yokokawa, Sasaki, Hatsuda, Hayashigaki	'08 Liu, Lin, Orginos
--	-----------------------

5. $^1S_0, ^3S_1$ nn channel \rightarrow Hatsuda's talk

'95 Fukugita, Kuramashi, Okawa, Miho, Ukawa	'07 Ishii, Aoki, Hatsuda
'06 Beane, Bedaque, Orginos, Savage	

6. $n\Sigma, n\Lambda, n\Xi$ channel \rightarrow Nemura's talk

'07 NPLQCD	'08 Nemura, Ishii, Aoki, Hatsuda
------------	----------------------------------

$\pi n, Kn, \dots$ etc.

日本の格子QCD研究の貢献大

$I=1/2, 3/2$ $K\pi$ 散乱長

- $I=1/2$ チャンネルは κ 共鳴
- $K\pi$ 相互作用は $K-\pi-N$ 束縛状態の可能性に大きく左右する

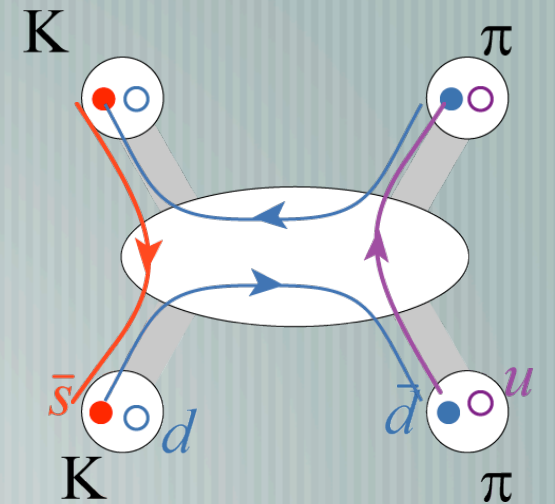
— Quench近似 (動的クォークなし)

— 少し粗い格子、重い u, d クォーク

— $I=3/2$: 斥力的

— $I=1/2$: 斥力的 \Rightarrow ChPTの予言と逆

$$|a_0^{I=1/2}| > |a_0^{I=3/2}|$$



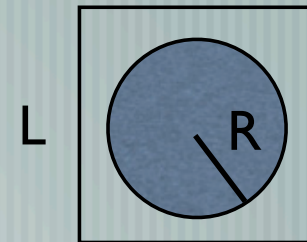
$I=1/2$ 計算が難しい

室谷さん(松本大)

格子上的における波動関数

- [2体系の”波動関数” = equal-time BS amplitude
- [波動関数は相互作用の外側でHelmholtz方程式を満足する

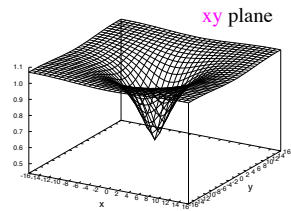
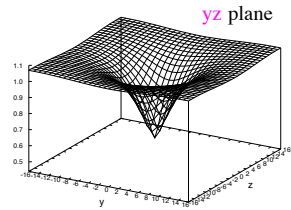
$$(\partial^2 + m^2)\phi(\mathbf{x}) = 0$$



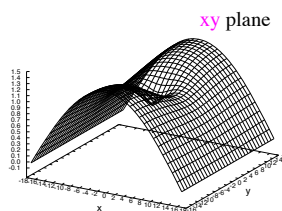
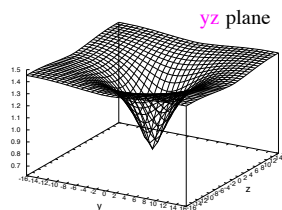
- [波動関数の相互作用領域の外 ($|\mathbf{x}| > R$) での漸近的振る舞いから散乱位相を読み取る

計算結果 (2π 波動関数 $\phi_{CM}^L(\mathbf{x})$)

$\mathbf{P} = \mathbf{0}$



$\mathbf{P} = (2\pi/L)\mathbf{e}_x$

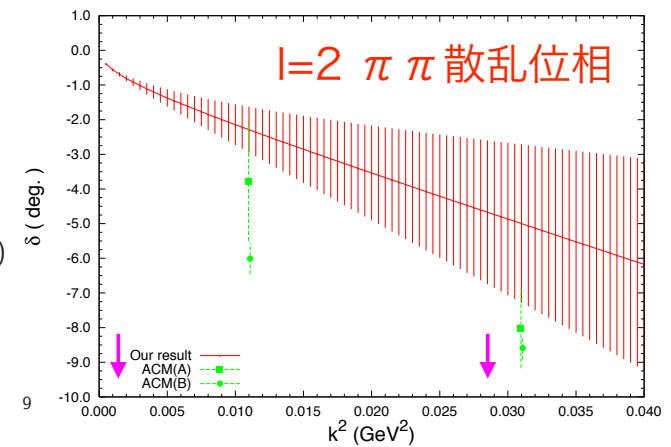


相互作用領域がない場合 : $\mathbf{P} = \mathbf{0}$ では $\phi(\mathbf{x}) = \text{const.}$
 $\mathbf{P} = (2\pi/L)\mathbf{e}_x$ では $\phi(\mathbf{x}) = c \cdot \cos(px)$ ($p = \frac{2\pi}{L}/2\gamma$)

⇒ 中心部のくぼみは、相互作用に起因している

$m_\pi = 140 \text{ MeV}$ に外挿された $\delta_0(k)$

ACM : Hoogland *et al.*, NPB126 (1977) 109



佐々木 潔さん(東工大)

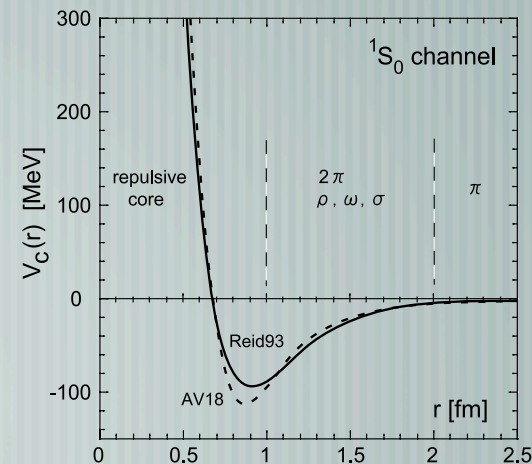
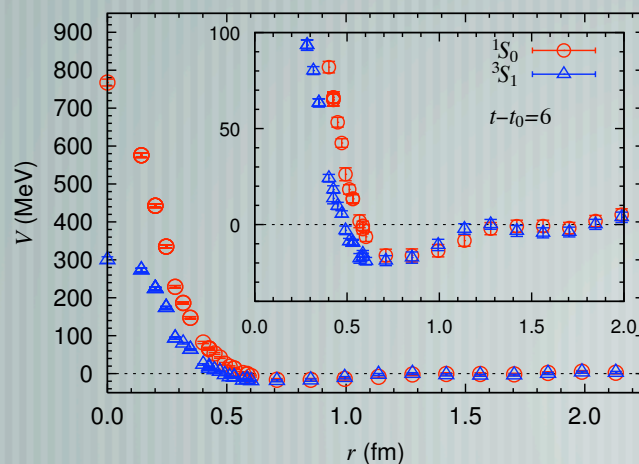
格子上的における波動関数

— [2体系の”波動関数” = equal-time BS amplitude

— [求められた波動関数が非相対論的Schrödinger方程式を満たすことを要請

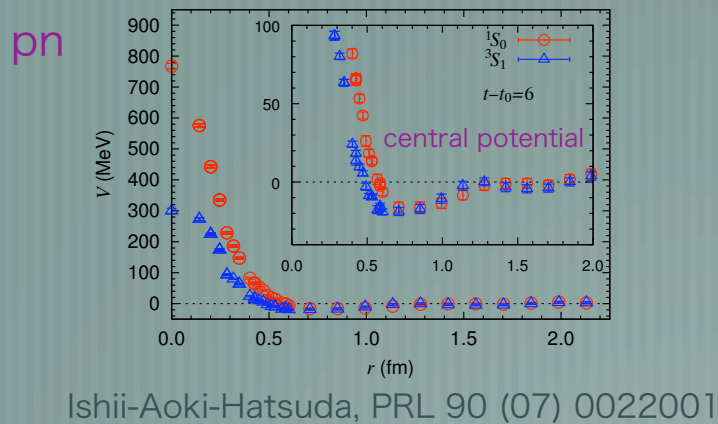
初田さん、根村さん

— [”ポテンシャル”を導出⇒核力ポテンシャルに応用



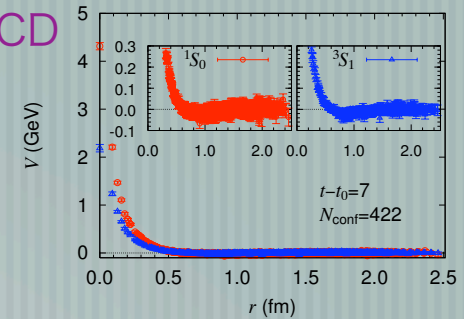
核力からハイペロン核子相互作用

NNポテンシャル

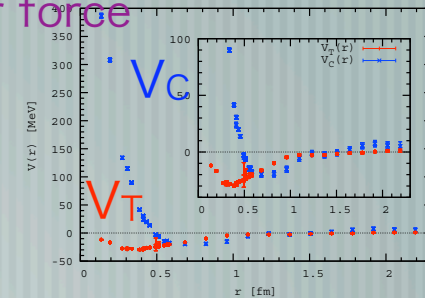


Full QCD

初田

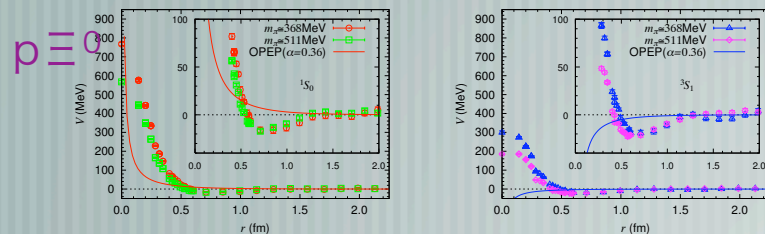
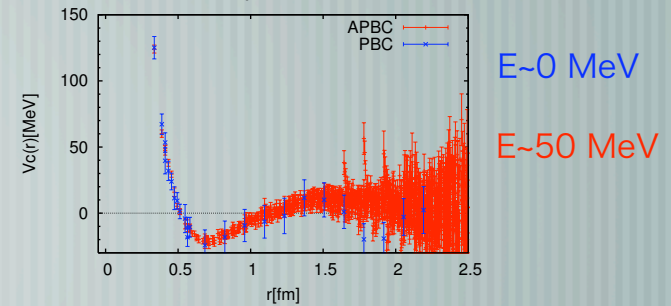


Tensor force

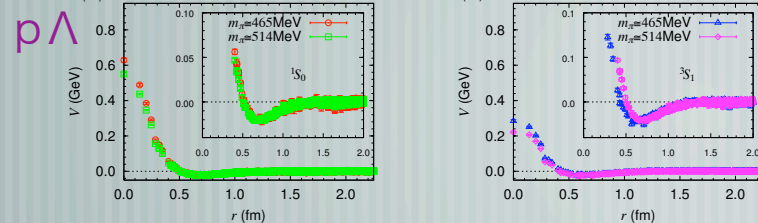


Test of energy-dep

$V_C(r; ^1S_0)$: PBC v.s. APBC



根村



これからの **J-PARC** への期待： (実験提案の提案)

- ハイペロン散乱実験
- 格子 QCD の結果からは、
 $\Xi N (I=1)$ は引力と思われる。
(従来の現象論的モデルとは異なる傾向)
- Ξ ハイパー核はある？
 - $I=0$ チャンネルの情報も必要
 - $p\Xi^-$ ではクーロン力も働く
- $J=3/2$ の ${}^3\Lambda\text{H}$ は束縛しない？
(今のところは矛盾していない)

根村さんのトラペより

まとめ

- [現実的な格子QCDシミュレーションの確立
 - ストレンジネスを含む動的クォーク効果を完全に含んだシミュレーション (2 + 1 フレーバー)
 - 厳密なカイラル対称性を持つ (JLQCD, RBC)
 - physical pointでの計算 (PACS-CS)
 - 数値計算の精密化
 - 物理量によっては実験値との誤差が数%以下

まとめ（私見）

— [格子QCD

- 第一原理計算
- パラメータが少ない： α_s , (Λ_{QCD}) , m_u , m_d , m_s , m_c , m_b , m_t
- まだ複雑な計算は精密化できていない

— [有効理論のアプローチspin-spin, LS term (カイラル摂動論, QCD和則, $1/m$ 展開,.....)

- low energy constant なんらかのシステムティックな展開
- vacuum condensate 展開を増やすと展開係数は増える（ただし有限）
- 展開係数に”非摂動論的要素”が集約

まとめ（私見）

カイラル摂動論、QCD和則、 $1/m$ 展開

output



input

実験で観測できる物理量

まとめ（私見）

格子QCD計算



精密なinput

カイラル摂動論、QCD和則、 $1/m$ 展開



精密なoutput

実験で観測できる物理量

我々はその入り口にいる

$N_f=2+1$ QCD ゲージ配位

— [PACS-CS

— <http://www.jldg.org/lqa>

— [RBC

— <https://qcdlattices.bnl.gov/>

— [研究者が物理量の計算をして意味のあるQCDゲージ配位のフルセットが公開されている。