




格子上でのハドロン相関関数と そのOPE展開



新谷栄悟（京大基研）

[with JLQCD collaboration]

「ストレンジネスを含むクォーク多体系分野の理論的将来を考える」
研究会

導入

- 格子上でハドロン相関関数を計算することで様々な物理量を非摂動的に決定

- ハドロン質量、崩壊定数

$$\langle \bar{\psi}(x) \Gamma \psi(0) \rangle = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \langle \bar{\psi}(p) \Gamma \psi(p) \rangle e^{ip \cdot x}$$

- 真空偏極関数 $\Pi(q^2 = Q^2)$

$$\langle \bar{\psi}(x) \Gamma \psi(0) \rangle = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \langle \bar{\psi}(p) \Gamma \psi(p) \rangle e^{ip \cdot x}$$

$$= (\hat{1} - Q^2 \hat{Q}) \Pi^{(1)}(Q^2) - Q^2 \hat{Q} \Pi^{(0)}(Q^2)$$

- 低エネルギー ($Q^2 < \bar{E}_{QCD}^2$)
 - 低エネルギー定数 (カイラル摂動論)
 - ミューオン異常磁気能率 (ハドロンの寄与)
- 高エネルギー ($Q^2 \gg \bar{E}_{QCD}^2$)
 - 強い結合定数、演算子凝縮 (OPE)

動的オーバーラップフェルミオン

■ 格子QCD：QCDの第一原理計算を可能

QCD現象論の厳密な解析の強力な手法

- 格子空間上でカイラル対称性を保つ
- 動的クォーク (u,d,s) の寄与

■ オーバーラップフェルミオン [Neuberger, (1998)]

$$D_{ov} = \frac{1}{2} \left(m_0 + \frac{1}{2} \not{D} \right) \left(m_0 - \frac{1}{2} \not{D} \right) = \frac{1}{2} (m_0^2 - \frac{1}{4} D^2)$$

格子上のカイラル対称性(Ginsberg-Wilson関係式) $\gamma_5 D + D \gamma_5 = a/m_0 D \gamma_5 D$
を満たす (金児氏のトーク)

- 非物理的演算子との混合の回避
- ゼロ質量パイオン (南部-Goldstone粒子) の存在
- カイラル摂動論を直接的に応用
- 自発的対称性の破れ、指数定理、アノマリー等を厳密に扱う
- 膨大な計算コストの必要性 (従来のフェルミオンの約100倍)

■ J L Q C D プロジェクト

■ アルゴリズム (×10 speed up)

- Mass preconditioning [Hasenbusch, (2001)]

$$\det D_{ov}(m) = \det D_{ov}(m + \mu) \det D_{ov}(m) D_{ov}^{-1}(m + \mu)$$

- 5次元 overlap solver [Borici, (2004)]

オーバーラップフェルミンの構成法の改良

■ 計算マシン (×10 speed up)

- KEK/Blue Gene/L: 57.6 Tflops (10 racks) で 30% のパフォーマンス
- 50 個のゼロ付近の固有モードを ディスクに保存 → 前処理に利用

100 倍の計算コスト削減を達成！

⇒ 動的オーバーラップフェルミオンの現実性



ゲージ配位とパラメータ

gauge action	Iwasaki	Iwasaki
β	2.3	2.3
a^{-1}	1.67 GeV	1.83 GeV
fermion action	2-flavor overlap	3-flavor overlap
m_0	1.6	1.6
Light quark mass	0.015, 0.025, 0.035, 0.050	0.015, 0.025, 0.035, 0.050
Strange quark mass	-	0.08, 0.1
Q_{top}	0	0
$Z_A = Z_V$	1.38	1.39

低エネルギー一定数

■ カイラル摂動論

[Gasser, Leutwyler (1984)]

- パイオンを基本粒子とした QCD の低エネルギー有効理論
- カイラル対称性 ($SU_L(N) \times SU_R(N)$) の下で低エネルギー展開
- 自発的対称性 (カイラル対称性) の破れをベース
→ パラメータ: カイラル凝縮($\langle qq \rangle$)、崩壊定数(F_0)、

低エネルギー一定数($L_{1 \sim 10}$)

- 有効ラグランジアン

$$\mathcal{L}_2 = \frac{F_0^2}{4} \text{Tr}[D_\mu U D^\mu U^\dagger] + \frac{F_0^2}{4} \text{Tr}[U \chi^\dagger + \chi U^\dagger], \quad D_\mu U = \partial U - i r_\mu U + i U l_\mu$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_4 = & L_1 \text{Tr}(D_\mu U^\dagger D^\mu U)^2 + L_2 \text{Tr}[D_\mu U^\dagger D_\nu U] \text{Tr}[D^\mu U^\dagger D^\nu U] + \dots \\ & + L_{10} \text{Tr}[U^\dagger F_R^{\mu\nu} U F_{L\mu\nu}] + \dots \end{aligned}$$

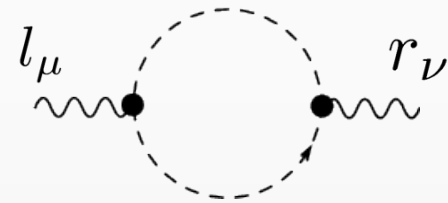
- 2点相関関数を各パラメータの関数として導出
→ 真空偏極関数や崩壊定数のパイオン質量依存性

低エネルギー一定数 (つづき)

■ L_{10}

□ VV-AA のチャンネル → left型とright型の頂点

□ カイラル対称性の自発的破れに関連
(摂動的にはゼロ)



→ 格子上でカイラル対称性は保つ必要性

□ 1 ループ計算

[Gasser, Leutwyler (1984)]

$$\Pi_{V-A}^{(0+1)} = \frac{f_\pi^2}{-p^2 + m_\pi^2} - 8L_{10}^r(\mu) - \frac{1}{24\pi^2} \left[\sigma^2 \left(\sigma \ln \frac{\sigma - 1}{\sigma + 1} + 2 \right) - \ln \frac{m_\pi^2}{\mu^2} - \frac{1}{3} \right]$$

$$\sigma = \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{p^2}}$$

□ S パラメータの決定

標準模型を超えた物理モデル (テクニカラーなど) の強力な制限

[Peskin, Takeuchi.(1992)]

格子計算($N_f=2$): L_{10}

■ ベクトル型と軸性ベクトル型のカレント

$$V_\mu = Z_V \bar{q} \gamma_\mu \left(1 - \frac{D}{2m_0}\right) q, \quad A_\mu = Z_A \bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \left(1 - \frac{D}{2m_0}\right) q$$

□ オーバーラップフェルミオンでよく用いられる形

- 簡単な構成
- ワード・高橋恒等式は満たさない: $Q_0 \not{h} V_0 \not{V}_0 \not{0}; Q_0 \not{h} V_0 \not{V}_0 \not{0}$
- 連続理論と同じ軸性変換性 $\hat{A}_0^a V_0^b = i f^{abc} A_0^c; \hat{A}_0^a A_0^b = i f^{abc} V_0^c$
→ 連続理論と同じカイラル多重項

■ 格子上のカレント相関関数

$$\int d^4x \langle T \{ J_\mu(x), J_\nu(0) \} \rangle^{\text{lat}} e^{iQx} = \delta_{\mu\nu} Q^2 \Pi_J^{(1)}(Q) - Q_\mu Q_\nu \Pi_J^{(0+1)}(Q)$$

$$-B_0(Q) \delta_{\mu\nu} - \sum_{n=1} B_n(Q) Q_\mu^{2n} \delta_{\mu\nu} - \sum_{m,n=1} C_{mn}(Q) (Q_\mu^{2m+1} Q_\nu^{2n+1} + Q_\nu^{2m+1} Q_\mu^{2n+1})$$

格子化 (ローレンツ対称性の破れ、ワード・高橋恒等式の破れ) に伴う非物理項 → 系統誤差

[ES et al., (2008)]

$$\dot{E}_J(B; C; Q) = \frac{\Gamma}{\pi} \frac{Q_0 Q}{Q^2} \left(\frac{r_u Q_u^2}{r_d Q_d^2} \right)^{1/2} h_{J,J}(Q)$$

Figure 1 consists of two vertically stacked plots sharing a common x-axis labeled q^2 ranging from 0 to 2. The top plot shows the order parameter Δ_J on the y-axis, ranging from 0 to 0.008. It contains two data series: V (open circles) and A (crosses). Both series show an increasing trend with q^2 , with A generally having higher values than V . The bottom plot shows the difference $\Delta_V - \Delta_A$ on the y-axis, ranging from 0 to 5×10^{-6} . It contains one data series: $V-A$ (open diamonds). The values for $\Delta_V - \Delta_A$ are relatively small and fluctuate around zero, with some larger values at low q^2 and smaller values at higher q^2 . Both plots include error bars for the data points.

格子計算($N_f=2$): L_{10}

[ES et al., (2008)]

有限体積内のカイラル摂動論 (NLO), $l_5^r = L_{10}^r$

$$\Pi_{V-A}^{(0+1)} = \frac{f_\pi^2(V)}{Q^2 + m_\pi^2(V)} - 8l_5^r(\mu) - \frac{1}{24\pi^2} \left[\sigma^2 \left(\sigma \ln \frac{\sigma-1}{\sigma+1} + 2 \right) - \ln \frac{m_\pi^2}{\mu^2} - \frac{1}{3} \right] \quad \text{CHPT (V}=\infty\text{)}$$

$$+ \frac{1}{24\pi^2} \sum_{a \neq 0} \left[-\frac{16m_\pi}{Q^2|a|} K_1(m_\pi|a|) - \frac{Q^2 + 4m_\pi^2}{2} \int_0^1 dx e^{iQax} K_0(|a|\sqrt{m_\pi^2 - Q^2x^2 + Q^2x}) \right] \quad \text{FSE}$$

有限体積効果後の結果

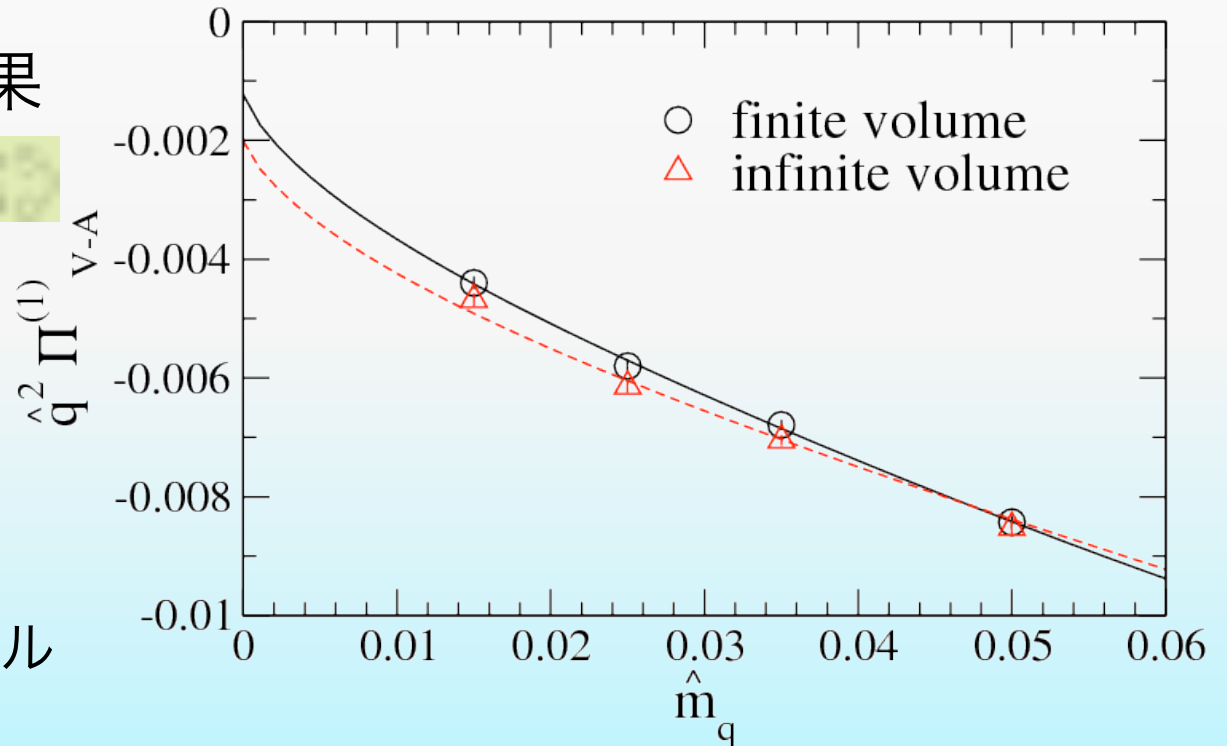
$$L_{10}^r(m_\pi) = -0.00509(57)$$

1st error : Statistical

2nd error : Higher order

3rd error : Finite size

- 実験値 + CHPTの結果
-0.00509(57)
- 系統誤差をコントロール



演算子展開 (OPE)

[SVZ.(1979)]

$$\begin{aligned} \Pi_J^{(0+1)}(Q^2) = & C_0(Q^2, \mu^2) + \frac{m^2 C_m^J(Q^2)}{Q^2} \quad \left. \vphantom{\frac{m^2 C_m^J(Q^2)}{Q^2}} \right\} : \text{Dimension 0 and 2} \\ & + C_{\bar{q}q}^J(Q^2) \frac{\langle m \bar{q} q \rangle}{Q^4} \\ & + C_{GG}(Q^2) \frac{\langle \alpha_s / \pi GG \rangle}{Q^4} \quad \left. \vphantom{\frac{\langle \alpha_s / \pi GG \rangle}{Q^4}} \right\} : \text{Dimension 4} \\ & + \dots \end{aligned}$$

$C_0, C_m, C_{\bar{q}q}, C_{GG}$ は 3 ループ摂動計算からの解析関数

$$C_0(Q^2) = f_0(Q^2) + \bar{\alpha}_s(Q^2) f_1(Q^2) + \bar{\alpha}_s^2(Q^2) f_2(Q^2) + \dots$$

$$\bar{\alpha}_s(0) = \bar{\alpha}_s(\mu_0^2) \ln \frac{Q^2}{\mu_0^2} = \bar{\alpha}_s(\mu_0^2) \ln \frac{Q^2}{M_S^2} + \dots$$

$$\bar{\alpha}_s(0) = \frac{1}{4} (11 - \frac{2}{3} N_f) \bar{\alpha}_s(\mu_0^2)$$

高エネルギー領域の真空偏極関数を OPE の表式を用いてフィット

→ $\bar{\alpha}_s^{(N_f)}(Q^2)$ や演算子凝縮

格子計算($N_f=3$):強い結合定数

- オーバーラップフェルミオンにおける保存カレント

$$V_0^{\text{ov}}(x) = \int_{u,z} \bar{q}(y) K_0(y; z|x) q(z) \quad [\text{Kikukawa, Yamada, (1999)}]$$

$$A_0^{\text{ov}}(x) = \int_{u,z} \bar{q}(y) K_0(y; z|x) \gamma_5 [(1 - D \not{m}_0) q](z)$$

非局所的カーネル $K_\mu(y, z|x)$: フェルミオン作用の局所的変分

$$\hat{1} q(x) = \not{e}(x) q(x); \hat{1} \bar{q}(x) = \not{e}(x) \bar{q}(x)$$

$$\hat{1} S = \int_{x,u} \bar{q}(x) \not{e}(x) D(x; y) + D(x; y) \not{e}(y) q(y) = \int_{x,u,z} \bar{q}(x) \not{e}(z) r_0^a K_0(x; y|z) q(y)$$

*後方差分で定義 $r_0^a V_0(x) = V_0(x) - V_0(x - \hat{e})$

- ワード・高橋恒等式 (WTI)

局所的ベクトルカレントに対するWTI: $\hat{1} hV^{\text{loc}}_i = 0; V^{\text{loc}}_0(x) = \bar{q}(x) \gamma_0 q(x)$

局所的軸性ベクトルカレントに対するWTI: $\hat{1}_A hA^{\text{loc}}_i = 0; A^{\text{loc}}_0(x) = \bar{q}(x) \gamma_0 \gamma_5 q(x)$

$$\int_{x,y} \bar{q}(x) A_0^{\text{ov}}(x) A^{\text{loc}}_0(y) = 2m_q \langle P^{\text{prot}}(x) A^{\text{loc}}_0(y) \rangle + \underbrace{\hat{1}_A A^{\text{loc}}_0(x; y)}_{\sim O(m) \rightarrow \text{無視}}$$

ここで $P^{\text{prot}}(x) = \bar{q}(x) \gamma_5 [(1 - D \not{m}_0) q](x) \quad \sim O(m) \rightarrow \text{無視}$

格子計算($N_f=3$):強い結合定数

■ 真空偏極関数

$$\Pi_0^{C^V J_0^{(0)}(Q)} = Q^2 \tilde{\Pi}_0^{(1)} \rightarrow Q^2 Q^2 \tilde{\Pi}_0^{(0+1)}$$

連続理論と同じ形
→ 非物理項はWTIで
抑えられる

■ OPEによるフィット

$$\begin{aligned} \Pi_{V+A}^{(0+1)}|_{\text{OPE}}(Q^2) = & c + C_0(Q^2, \mu^2) + \frac{m^2 C_m^{V+A}(Q^2)}{Q^2} \\ & + C_{\bar{q}q}^{V+A}(Q^2) \frac{\langle m \bar{q} q \rangle}{Q^4} + C_{GG}(Q^2) \frac{\langle \alpha_s / \pi GG \rangle}{Q^4} \end{aligned}$$

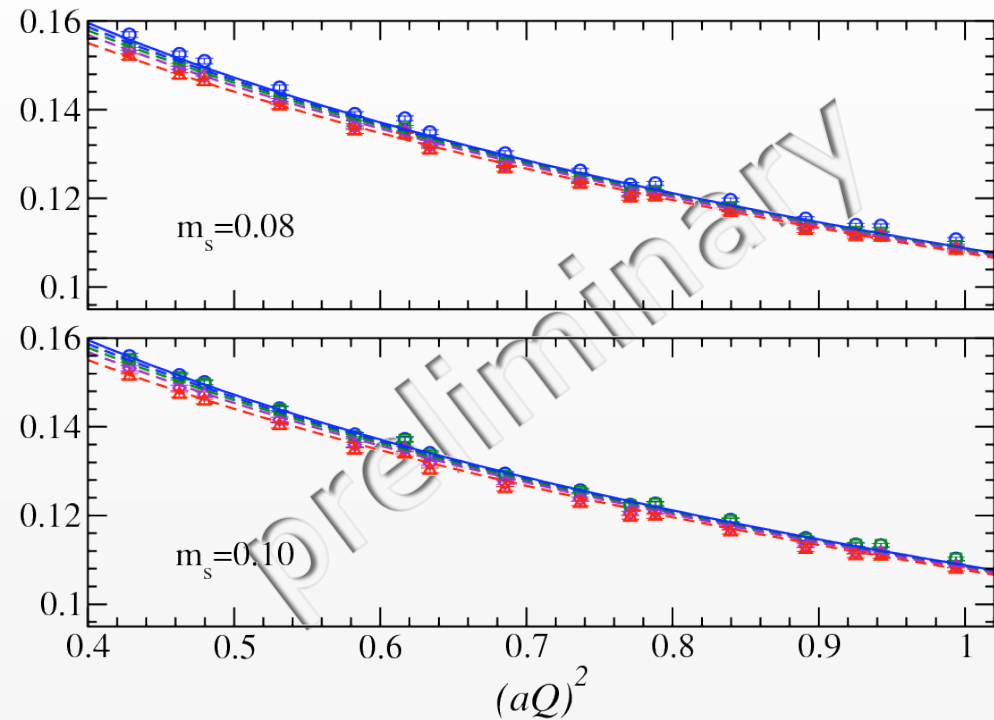
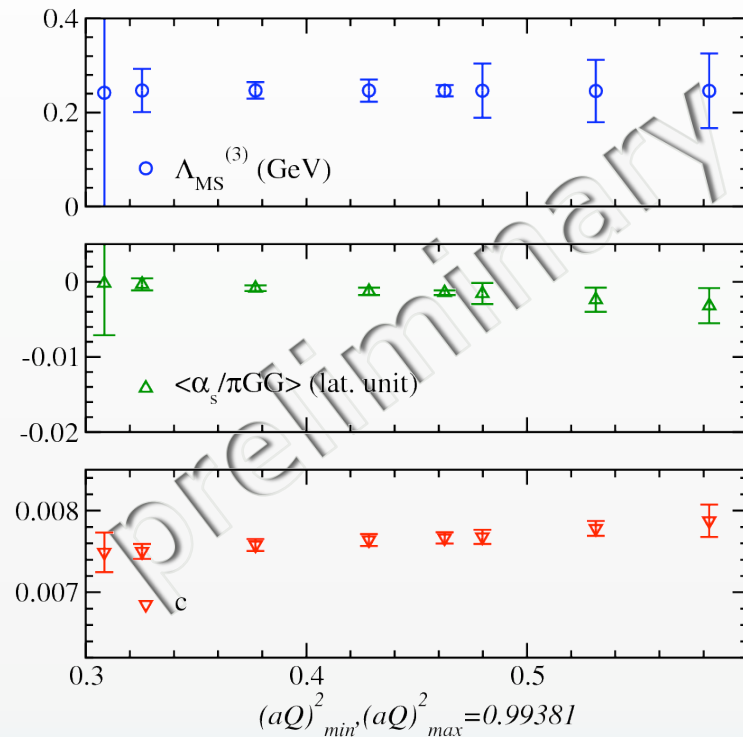
フィットパラメータ

- $\tilde{\Pi}_0^{(N_f)}|_{\overline{MS}} \rightarrow \tilde{\Pi}_0(\bar{s})$ 繰り込みスケールは $\mu=2 \text{ GeV}$
- 繰り込みスキーム依存性: c
- 高次補正項 (グルーオン凝縮を含む) : $\langle \alpha_s / \pi GG \rangle$

* クォーク凝縮は、 $[0.251 \text{ GeV}]^3$ をインプット [Fukaya(2007)]

オーバーラップフェルミオンの持つ厳密なカイラル対称性により、
余分な繰り込み ($O(a^{-1})$ の発散項) を回避できる

格子計算($N_f=3$):強い結合定数



- フィット範囲 [0.463, 0.994]: 最も安定かつ格子化の系統誤差を抑制
- 質量依存性もほぼ無矛盾に再現
- 真空偏極関数に含まれる格子化の非物理的效果は格子摂動論との比較により評価

格子計算($N_f=3$):強い結合定数

フィット結果

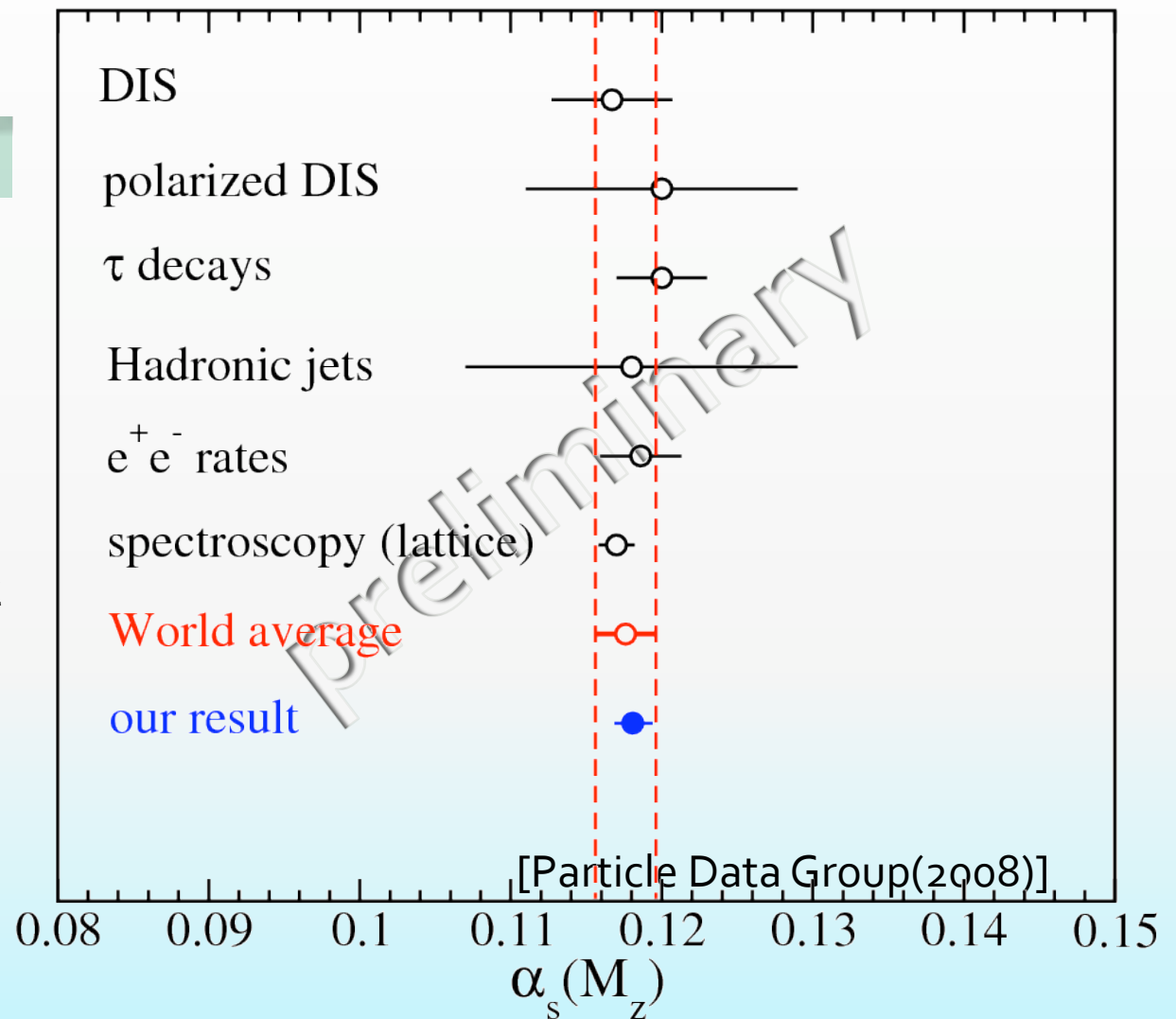
$$\alpha_s(M_Z) = 0.1181(8)$$

1st error: 統計誤差

2nd error: 格子化効果

3rd error: 繰り込み定数と
クォーク凝縮に
含まれる不定性

系統誤差を十分に抑えることが
できている。



■ 格子計算($N_f=2$): 4 クォーク凝縮

■ $VV-AA$ 真空偏極関数の OPE

$$\begin{aligned}\Pi_{V-A}^{(0+1)}|_{\text{OPE}}(Q^2) &= \frac{m^2 C_m^{V-A}(Q^2)}{Q^2} + C_{\bar{q}q}^{V-A}(Q^2) \frac{\langle m\bar{q}q \rangle}{Q^4} \\ &+ \left[a_6(\mu) + b_6(\mu) \ln(Q^2/\mu^2) + m_q c_6 \right] \frac{1}{Q^6} + \frac{a_8}{Q^8}\end{aligned}$$

- 1st and 2nd terms → カイラル極限で消える ⇒ dim.-6 term が主要項
- $C_m^{V-A}(Q^2), C_{\bar{q}q}^{V-A}(Q^2) \sim O(\alpha_s)$
- フィットパラメータ: a_6, b_6, c_6 (a_8 は高次補正項)

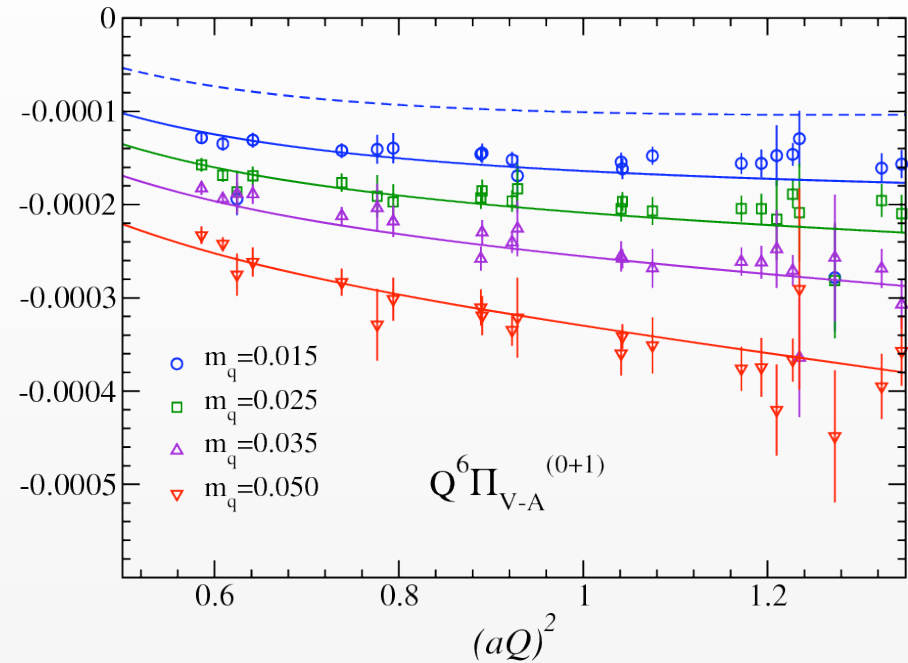
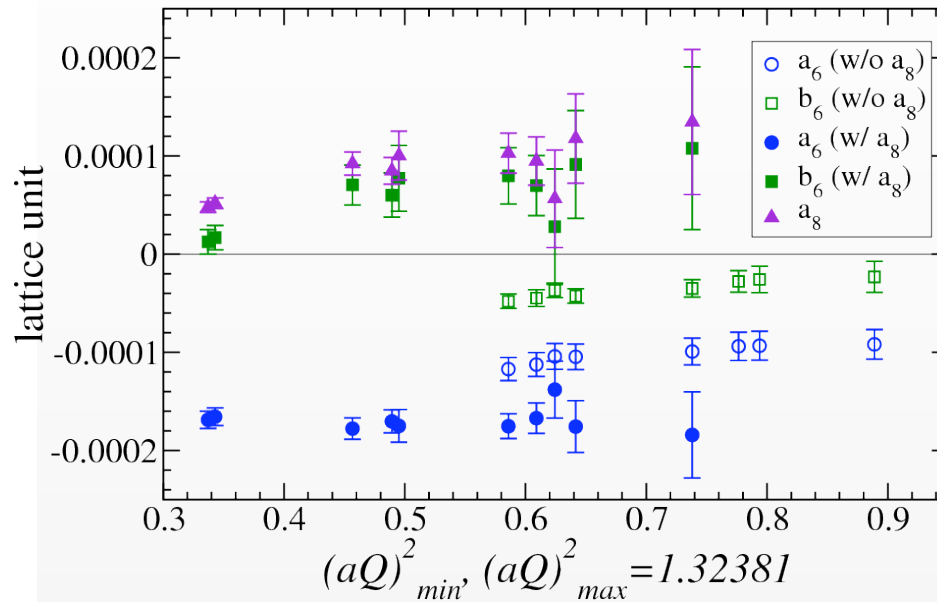
■ 4 クォーク凝縮との関係

$$\begin{aligned}a_6(\mu) &= 2 \left[2\pi \langle \alpha_s O_8 \rangle + A_8 \langle \alpha_s^2 O_8 \rangle + A_1 \langle \alpha_s^2 O_1 \rangle \right] & O_1 &= \bar{q}\gamma_\mu \frac{\tau^3}{2} q \bar{q}\gamma^\mu \frac{\tau^3}{2} q - \bar{q}\gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^3}{2} q \bar{q}\gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau^3}{2} q, \\ b_6(\mu) &= 2 \left[B_8 \langle \alpha_s^2 O_8 \rangle + B_1 \langle \alpha_s^2 O_1 \rangle \right] & O_8 &= \bar{q}\gamma_\mu \lambda_a \frac{\tau^3}{2} q \bar{q}\gamma^\mu \lambda_a \frac{\tau^3}{2} q - \bar{q}\gamma_\mu \gamma_5 \lambda_a \frac{\tau^3}{2} q \bar{q}\gamma^\mu \gamma_5 \lambda_a \frac{\tau^3}{2} q\end{aligned}$$

* $\langle O_1 \rangle; \langle O_8 \rangle$ は K to 2π の電弱行列要素と関連

$$\langle (\pi\pi)_{I=2} | Q_7^{3/2} | K^0 \rangle = -\frac{2}{f_\pi^3} \langle O_1 \rangle, \quad \langle (\pi\pi)_{I=2} | Q_8^{3/2} | K^0 \rangle = -\frac{2}{f_\pi^3} \left[\frac{1}{3} \langle O_1 \rangle + \frac{1}{2} \langle O_8 \rangle \right]$$

格子計算($N_f=2$): 4 クォーク凝縮



Fit range [0.58,1.3]

[ES et al., (2008)]

$$a_6 = -0.0038(3)({}_{-0}^{+16}) \text{ GeV}^6, b_6 = +0.0017 \sim -0.0008 \text{ GeV}^6$$

- 系統誤差(2nd)は a_8 term の有無で評価
- 現象論的モデルの評価: $a_6 = -0.003 \sim -0.009 \text{ GeV}^6$, $b_6 \sim 0.03a_6$

■ スpekトラル和則

ベクトル型と軸性ベクトル型のspekトラル関数 ρ に対する和則

→ V V - A A 型真空偏極関数の関係式

■ ワインバーグ和則

$$\begin{aligned} \bullet \text{ 1st } & \int_0^\infty ds [\rho_V^{(1)}(s) - \rho_A^{(1)}(s)] = f_\pi^2 \quad \Rightarrow \quad f_\rho^2 - f_a^2 \simeq f_\pi^2 \\ \bullet \text{ 2nd } & \int_0^\infty ds [\rho_V^{(1)}(s) - \rho_A^{(1)}(s)] s = 0 + \mathcal{O}(m^2) \quad \Rightarrow \quad f_\rho^2 m_\rho^2 - f_a^2 m_a^2 \simeq 0 \end{aligned}$$

Resonance saturation model $\rho_V^{(1)}(s) \simeq f_\rho^2 \delta(s - m_\rho^2), \quad \rho_A^{(1)}(s) \simeq f_a^2 \delta(s - m_a^2)$

■ DGMLY和則 [Das, et al.(1967)]

パイオンの2乗質量差(QED効果)の積分公式 (1ループオーダー)

$$\Delta m_\pi^2 = \frac{3\alpha_{EM}}{4\pi f_\pi^2} \int_0^\infty dQ^2 Q^2 \Pi_{V-A}^{(1)}(Q^2)$$

Π_{V-A} のゼロから ∞ 積分
⇒ 関数形を決める必要

* DGMLY和則はカイラル極限のみ正しい(ソフトパイオン定理を使うため)

格子計算($N_f=2$): Δm_π^2

- 2つの積分領域に分解 (カットオフ Λ)

$$\Delta m_\pi^2 = -\frac{3\alpha_{EM}}{4f_\pi^2} \left[\int_0^{\Lambda^2} dQ^2 Q^2 \Pi_{V-A}^{\text{fit}}(Q^2) + \int_{\Lambda^2}^{\infty} dQ^2 Q^2 \Pi_{V-A}^{\text{OPE}}(Q^2) \right]$$

- $Q^2 > \Lambda^2$: OPEの主要項として振舞う $Q^2 \Pi_{V-A}^{\text{OPE}} = a_6 Q^6$
- $Q^2 \leq \Lambda^2$: フィット関数のansatz, $x_{1\sim6}$ のフィットパラメータ

- 被積分関数

$$Q^2 \Pi_{V-A}^{\text{fit}} = a \left\{ f_u^2 + \frac{Q^2 f_v^2}{Q^2 + m_v^2} + \frac{Q^2 f_a^2}{Q^2 + m_a^2} + \frac{Q^2}{24u^2} \frac{X(Q^2)}{1 + X(Q^2 - m_u^2)^4} \right\} \left\{ \begin{array}{l} Q^2 \rightarrow \infty : \text{OPE} \\ Q^2 \rightarrow 0 : \text{CHPT} \end{array} \right.$$

$$f_v(x_1, x_3) = x_1 + x_3 m_\pi^2, \quad m_v(x_2, x_4) = x_2 + x_4 m_\pi^2$$

ワインバーグ和則

$$\begin{aligned} f_a^2(x_1, x_3) &= f_v^2(x_1, x_3) - f_\pi^2, \\ m_a^2(x_2, x_4) &= f_v^2(x_1, x_3) m_v^2(x_2, x_4) / f_a^2(x_1, x_3) \end{aligned}$$

$X(Q^2)$ について2つのansatzをおいて系統誤差とする

$$X_1 = [\text{CHPT}] + x_6(Q^2 - m_u^2) \quad X_2 = x_6 Q^2 - m_u^2 \ln(Q^2 - m_u^2)$$

格子計算($N_f=2$): Δm_π^2

[ES et al., (2008)]

- フィット範囲 $(aQ)^2 \leq 2 = \Lambda^2$
- カイラル極限值

cf. 実験値 1261 MeV^2
(物理的パイオン質量)

$$E m_\pi^2 = 909(12)(10) \times (1.43) \text{ MeV}^2$$

1st error : 統計誤差

2nd error : フィット関数の不定性

3rd error : a_6 に含まれる不定性

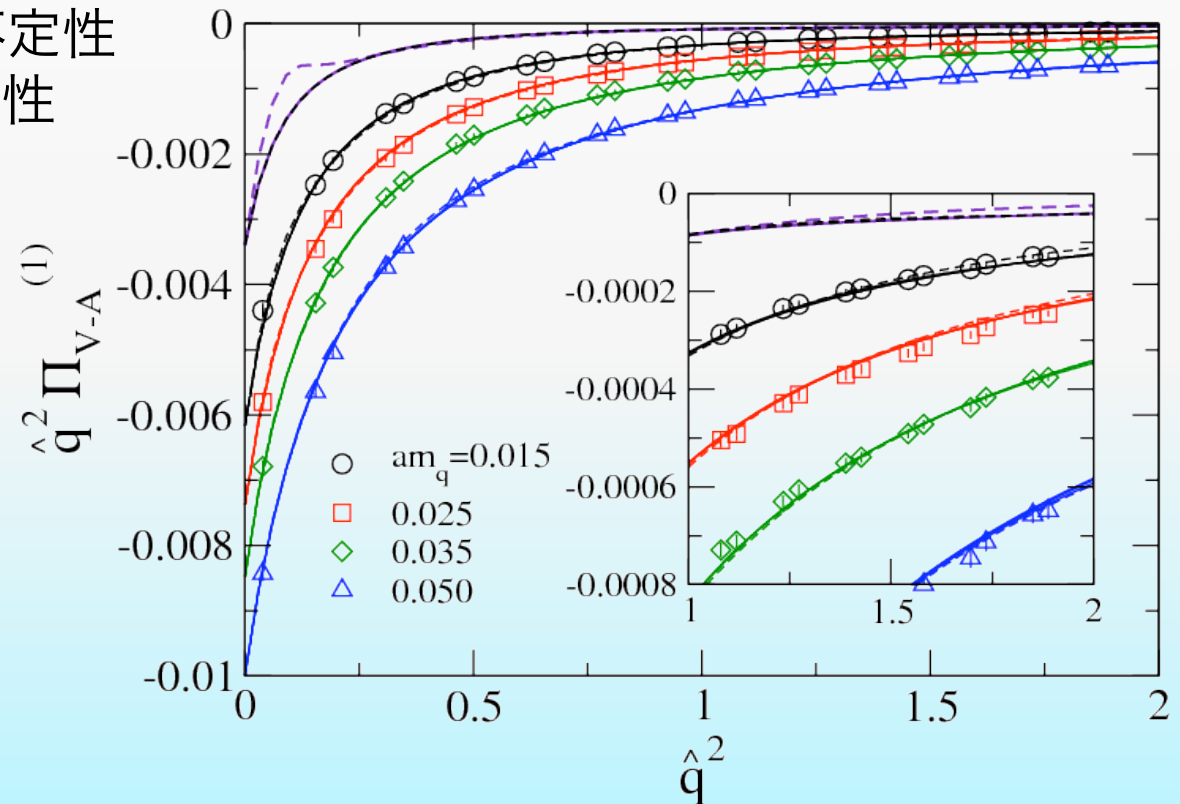
実験値と比較して値は妥当、しかし系統誤差は大きく残っている

評価していない系統誤差

- 有限体積効果
- スtrenジクォーク依存性

Solid line : X_1 ,

Dashed line : X_2

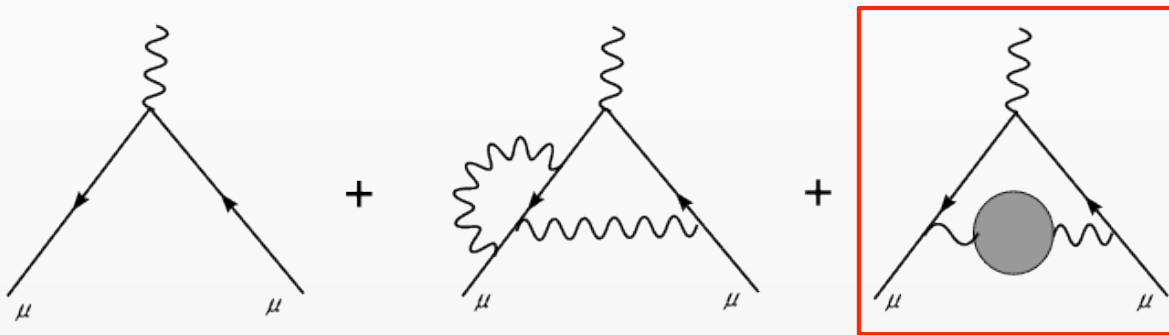


まとめ

- 格子上で計算した真空偏極関数から様々な物理量を導出
- カイラル対称性を厳密に保つオーバーラップフェルミオンを用いることで系統誤差を極力抑えることが可能
- 低エネルギー一定数： L_{10}
 - 自発的対称性の破れからの非摂動的寄与（ $VV-AA$ 型）
 - オーバーラップフェルミオンならば信頼できる値が得られる
- 強い結合定数
 - OPEを用いた格子結果の解析
 - 系統誤差を十分コントロール → 高精度の値
- 4クォーク凝縮
 - OPEでは Q^{-6} の振る舞いを予想 → 格子QCDでも同様の振る舞い
- Δm_{π}^2
 - スペクトラル和則を用いた初めての格子QCDを用いた解析

ミューオンの異常磁気能率

- ミューオン異常磁気能率 ($g - 2$) のハドロンの寄与
ベクトル型真空偏極関数のハドロン部分が重要



$$a_{\mu}^{\text{Had}} = \frac{e^2}{4} (4m_{\mu}^4) \int_0^1 dQ^2 Q^2 \hat{\Pi}_V(Q^2) (\hat{E} - 1)^4 \hat{E} \quad \hat{E} = \sqrt{1 + 4m_{\mu}^2/Q^2}$$

$$\hat{\Pi}_V(Q^2) = \sum_f e_f^2 \left[\hat{f}_V(Q^2) - \hat{f}_V(0) \right]$$

Exp (World Av.) : $a_{\mu}^{\text{Exp}} = 116592080(60) \times 10^{-11}$

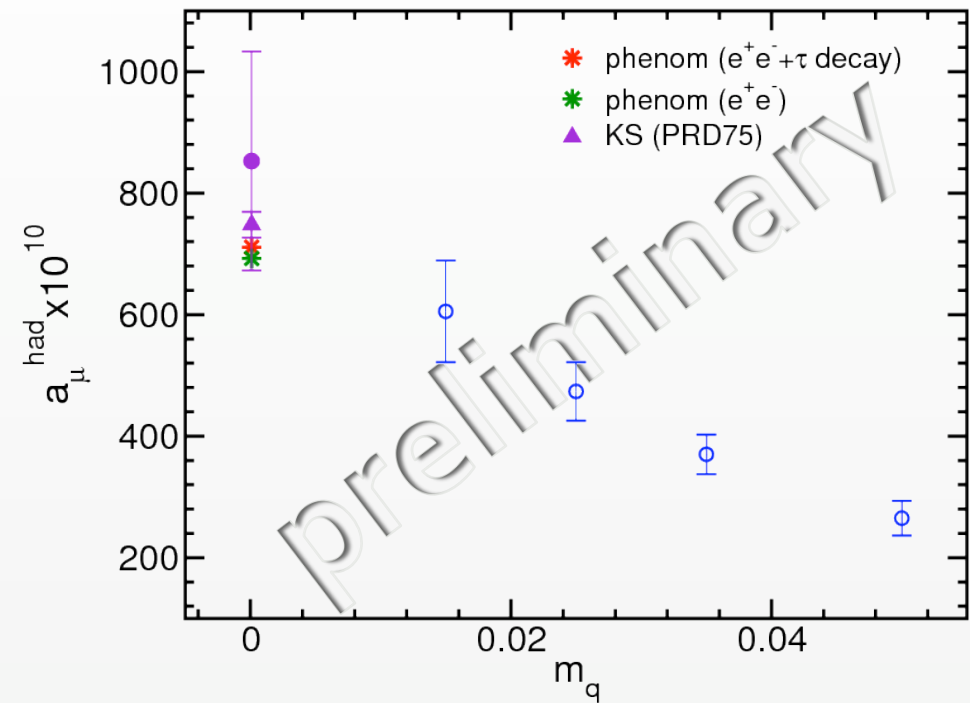
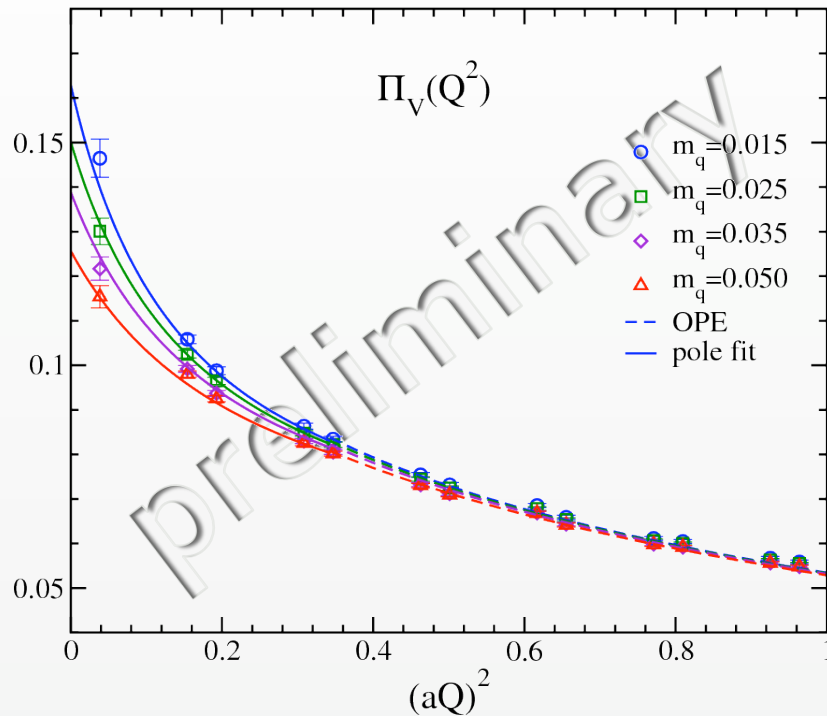
QED (5-loop) : $a_{\mu}^{\text{QED}} = 116584718.8(5) \times 10^{-11}$

EW (2-loop) : $a_{\mu}^{\text{EW}} = 154(1)(2) \times 10^{-11}$

Hadron (e^+e^- , LO) : $a_{\mu}^{\text{had}} = 6944(48)(10) \times 10^{-11}$

} $\sim +7208 \times 10^{-11}$
← モデル依存性を含む

格子計算($N_f=2$): ミューオン $g-2$



フィット関数

- 低エネルギー：vector pole model

$$\hat{\Gamma}_V^{\text{fit}}(Q^2) = f_V^2 / (Q^2 + m_V^2); f_V = x_1 + m_0^2 x_2; m_V = x_3 + m_0^2 x_4$$

- 高エネルギー：OPE, カットオフ $\Lambda^2 = 0.36$