重いクォーク間ポテンシャルの物理的意義とその精密化

駒　佳明

沼津高専

— 2009 年 2 月 28 日 —

共同研究者: **駒　美保, Hartmut Wittig**

References: `Phys.Rev.Lett.97[hep-lat/0607009]`
`Nucl.Phys.B769[hep-lat/0609078]...`

目的

- クォーコニウム　重いクォークと反クォークの束縛状態
  $\Rightarrow$ η_c, J/Ψ, χ_{cJ},. . .（$c\bar{c}$ 状態）
  $\Rightarrow$ η_b, Υ, χ_{bJ},. . .（$b\bar{b}$ 状態）
- 実験の精度が良いので QCD の精密検証に使える
- 現象論的アプローチ　非相対論的２体系として扱える
  $\Rightarrow$ • 「クーロン＋線形」のクォーク間ポテンシャルを仮定し，シュレーディンガー方程式を解く
  • 相対論的補正としてスピン依存ポテンシャルも仮定し，微細構造を説明する

  [e.g. Godfrey&Isgur('85), ...]

  $\Rightarrow$ 質量スペクトル，波動関数，崩壊定数，遷移振幅 等（をまとめて）

方法

- QCD に基づいてポテンシャルを与えることができるか？
- ポテンシャル非相対論的 QCD (pNRQCD) [Brambilla etal.('99)]

⇒ QCD におけるエネルギースケールの階層性

$m_q \gg \Lambda_{\rm QCD}$ and $v \ll 1$ （v は重心座標からみたクォークの速さ）

$m_q > m_q v > m_q v^2 > \ldots$ において $m_q v$ より上のスケールを積分

⇒ ポテンシャル描像　典型的な束縛エネルギー $m_q v^2$

⇒ クォーク間ポテンシャルが $1/m_q$ 展開で定義できる

$$V(r) = V^{(0)}(r) + \frac{1}{m_q} V^{(1)}(r) + \frac{1}{m_q^2} V^{(2)}(r) + O(\frac{1}{m_q^3})$$

ただしポテンシャルの関数形は非摂動論的に決める必要がある

（cf. カイラル摂動論における低エネルギー定数）

そこで...

- 格子 QCD を用いて非摂動論的にクォーク間ポテンシャルを決定する

  $\Rightarrow$ **静的ポテンシャル**
  - $V^{(0)}(r)$ はウィルソンループの期待値から決定できる
    関数形はほぼクーロン＋線形

  $\Rightarrow$ **相対論的補正項**
  - $V^{(1)}(r)$, $V^{(2)}(r)$, ... はウィルソンループ上のカラー場の強さの相関関数から決定できる
  - しかし技術的に難しくクェンチ近似の範囲内でも結果は確立していない（いなかった）

- これまでの我々の成果

  $\Rightarrow$ $O(1/m_q)$ 補正項，$O(1/m_q^2)$ スピン依存，非依存補正項

相対論的補正

▶ pNRQCD における非摂動論的表式 [Brambilla,Pineda,Soto&Vairo('01)]

$V^{(1)}(r)$ の例

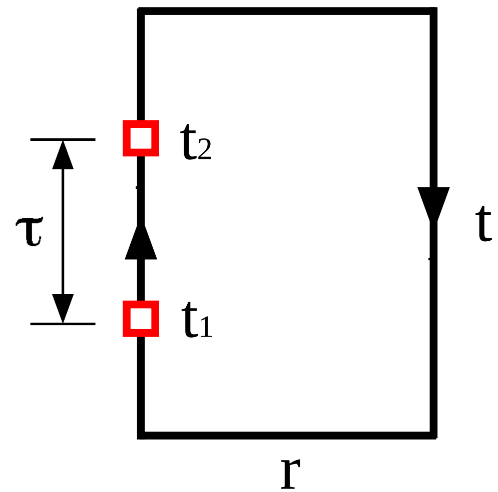
$\Rightarrow$ $r \times t$ の大きさのウィルソンループ上のクォークの時刻 t_1 と t_2 に カラー電場をくっつけた相関関数を $\langle E_i(0,t_1)E_j(0,t_2)\rangle_W$ とする

$\Rightarrow$ $\tau = t_2 - t_1$ とし

$$V^{(1)}(r) = -\frac{\delta_{ij}}{2}\int_0^\infty d\tau\ \tau \frac{\langle E_i(0,t_1)E_j(0,t_2)\rangle_W}{\langle W(r,t)\rangle}$$

を計算する

（クォークがふらつくのに要するエネルギー）



格子QCDのセットアップ

- ウィルソンゲージ作用，クェンチ近似

  阪大RCNPのSX5，SX8を使用

- カラー場の強さの定義 [Huntley&Michael('87)]

  $$ga^2 F_{\mu\nu} \equiv Z_{F_{\mu\nu}}(U_{\mu\nu} - U_{\mu\nu}^{\dagger})/(2i)$$

  $$Z_{F_{\mu\nu}} = \langle W \rangle / \langle \text{Re } U_{\mu\nu} \rangle_W$$

  $O(g^2)$ の自己エネルギーを相殺する（タドポール補正の改良版）

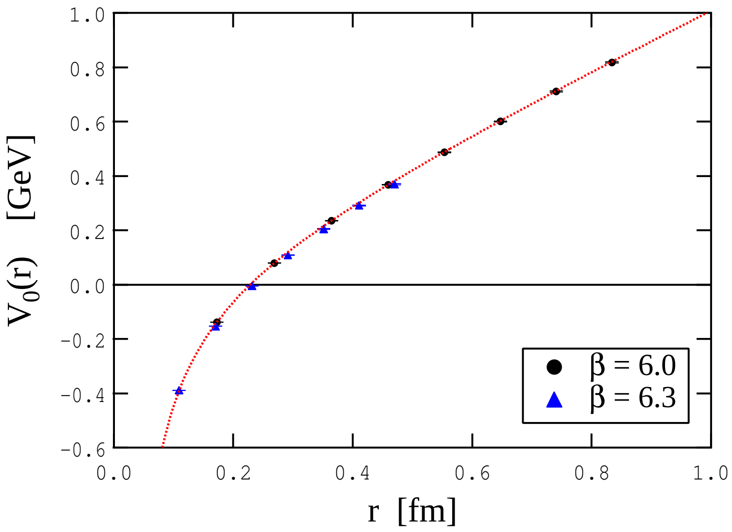
  - 実際はウィルソンループの代わりにポリヤコフループ相関関数を用いる
  - マルチレベル・アルゴリズム [Lüscher & Weisz] を用いる
  - 遷移行列理論を使う

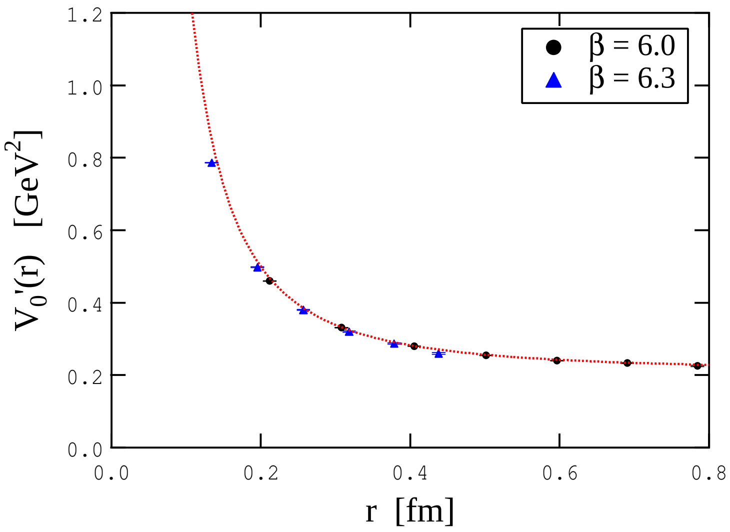
静的ポテンシャル $V^{(0)}(r)$

- **静的ポテンシャルと力**

$$V^{(0)}(r) = -\frac{1}{T}\ln\langle P(0)P(r)^*\rangle + O(e^{-(\Delta E_{10})T})$$

$$V^{(0)\prime}(r) = \{V_0(r) - V_0(r-a)\}/a$$





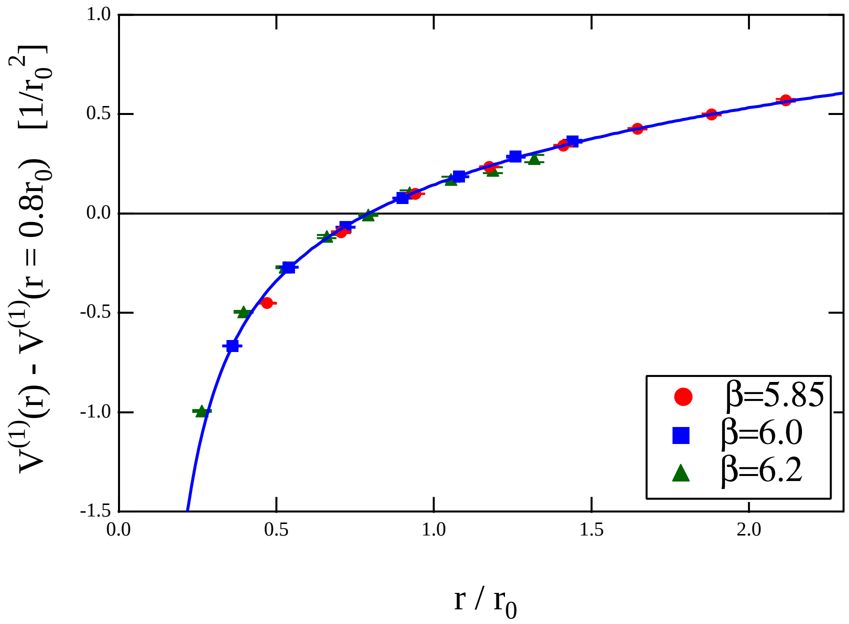
- **「クーロン＋線形」で関数形をよく説明できる**

（マルチレベル・アルゴリズムを使うと容易に計算できる）

相対論的補正項 $O(1/m_q)$

▶ **pNRQCD における非摂動論的表式**

$$V^{(1)}(r) = -\frac{\delta_{ij}}{2}\int_0^\infty d\tau\ \tau \frac{\langle E_i(0,t_1)E_j(0,t_2)\rangle_{PP^*}}{\langle P(0)P(r)^*\rangle}$$



$\Rightarrow$ **長距離領域で対数関数的な振る舞い？**

相対論的補正項 $O(1/m_q^2)$：スピン依存項

- pNRQCD における非摂動論的表式 [Pineda&Vairo('01)]

$\Rightarrow$ [Eichten&Feinberg('79,'81)] の表式とほぼ同じ

$$V_{\rm SD}(r) = \left(\frac{\vec{s}_1\cdot\vec{l}_1}{2m_1^2} - \frac{\vec{s}_2\cdot\vec{l}_2}{2m_2^2}\right)\left(\frac{V^{(0)\prime}(r)}{r} + 2\frac{V_1'(r)}{r}\right) + \left(\frac{\vec{s}_2\cdot\vec{l}_1}{2m_1m_2} - \frac{\vec{s}_1\cdot\vec{l}_2}{2m_1m_2}\right)\frac{V_2'(r)}{r}$$

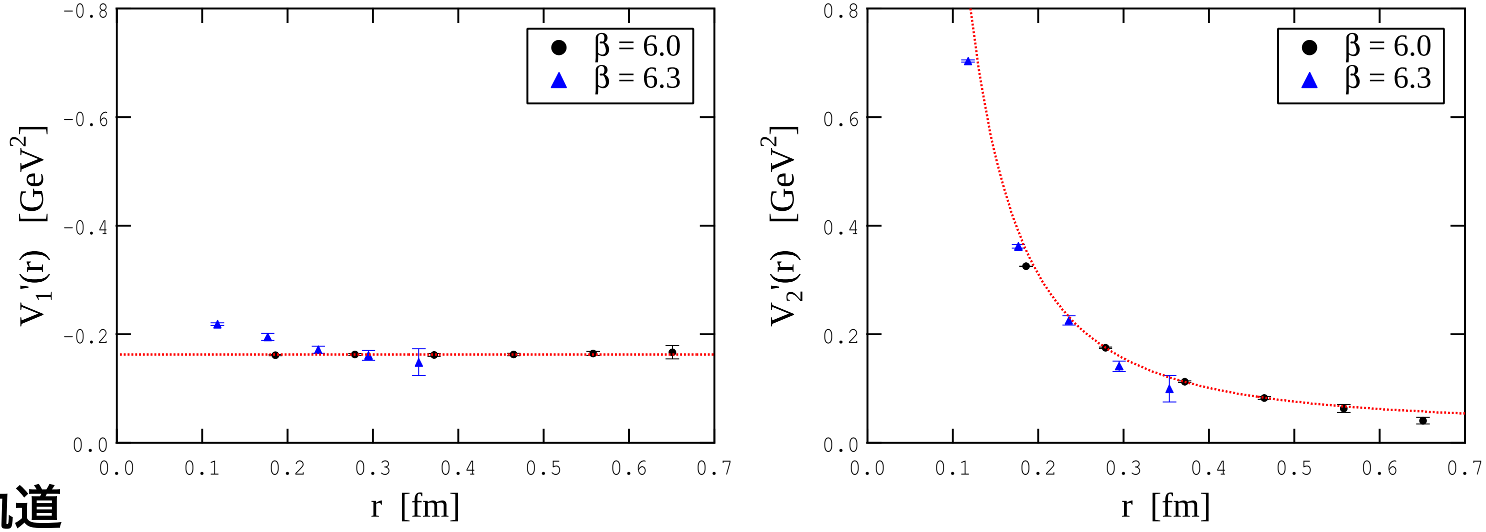
$$+ \frac{1}{m_1m_2}\left(\frac{(\vec{s}_1\cdot\vec{r})(\vec{s}_2\cdot\vec{r})}{r^2} - \frac{\vec{s}_1\cdot\vec{s}_2}{3}\right)V_3(r) + \frac{\vec{s}_1\cdot\vec{s}_2}{3m_1m_2}V_4(r)$$

$$\Rightarrow \frac{r_k}{r}V_1'(r) = \epsilon_{ijk}\int_0^\infty d\tau\ \tau\frac{\langle B_i(0,t_1)E_j(0,t_2)\rangle_W}{\langle W(r,t)\rangle}$$

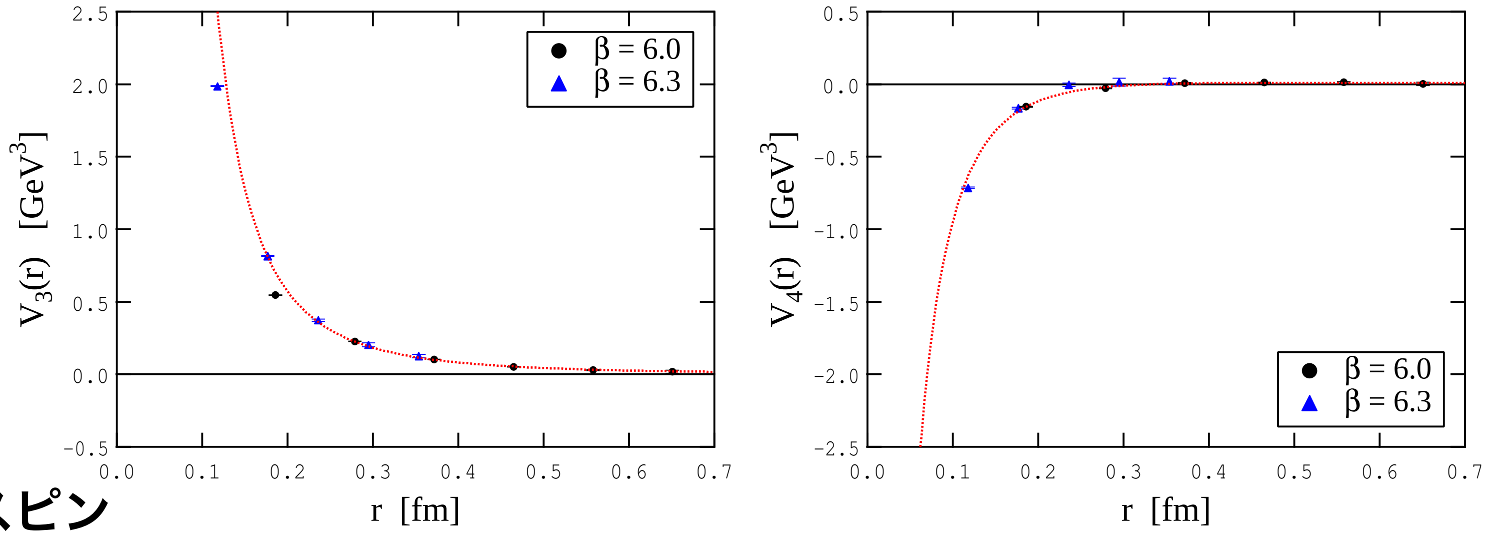
$$\frac{r_k}{r}V_2'(r) = \epsilon_{ijk}\int_0^\infty d\tau\ \tau\frac{\langle B_i(0,t_1)E_j(r,t_2)\rangle_W}{\langle W(r,t)\rangle}$$

$$\left(\frac{r_ir_j}{r^2} - \frac{\delta_{ij}}{3}\right)V_3(r) + \frac{\delta_{ij}}{3}V_4(r) = 2\int_0^\infty d\tau\ \frac{\langle B_i(0,t_1)B_j(r,t_2)\rangle_W}{\langle W(r,t)\rangle}$$

相対論的補正項 $O(1/m_q^2)$：スピン依存項



スピン-軌道



スピン-スピン

駒　佳明（沼津高専）

相対論的補正項 $O(1/m_q^2)$：運動量依存項

- pNRQCD における非摂動論的表式 [Pineda&Vairo('01)]

$$V_{\mathrm{SI}}(r) = \frac{1}{m_1^2}\left(\frac{1}{2}\left\{\vec{p}_1^{\,2}, V_{p^2}^{(2,0)}(r)\right\} + \frac{V_{l^2}^{(2,0)}(r)}{r^2}\vec{l}_1^{\,2} + V_r^{(2,0)}(r)\right) + (1 \to 2)$$
$$+\frac{1}{m_1 m_2}\left(-\frac{1}{2}\left\{\vec{p}_1\cdot\vec{p}_2, V_{p^2}^{(1,1)}(r)\right\} - \frac{V_{l^2}^{(1,1)}(r)}{2r^2}\left(\vec{l}_1\cdot\vec{l}_2 + \vec{l}_2\cdot\vec{l}_1\right) + V_r^{(1,1)}(r)\right)$$

- 運動量依存項

$$V_{p^2}^{(2,0)}(r),\quad V_{l^2}^{(2,0)}(r),\quad V_{p^2}^{(1,1)}(r),\quad V_{l^2}^{(1,1)}(r)$$

$\Rightarrow$ [Barchielli etal.('88)] の表式との関係

$$V_{p^2}^{(2,0)} = V_d - \frac{2}{3}V_e\,,\quad V_{l^2}^{(2,0)} = V_e\,,\quad V_{p^2}^{(1,1)} = -V_b + \frac{2}{3}V_c\,,\quad V_{l^2}^{(1,1)} = -V_c$$

相対論的補正項 $O(1/m_q^2)$：運動量依存項

- pNRQCD における非摂動論的表式 [Pineda&Vairo('01)]

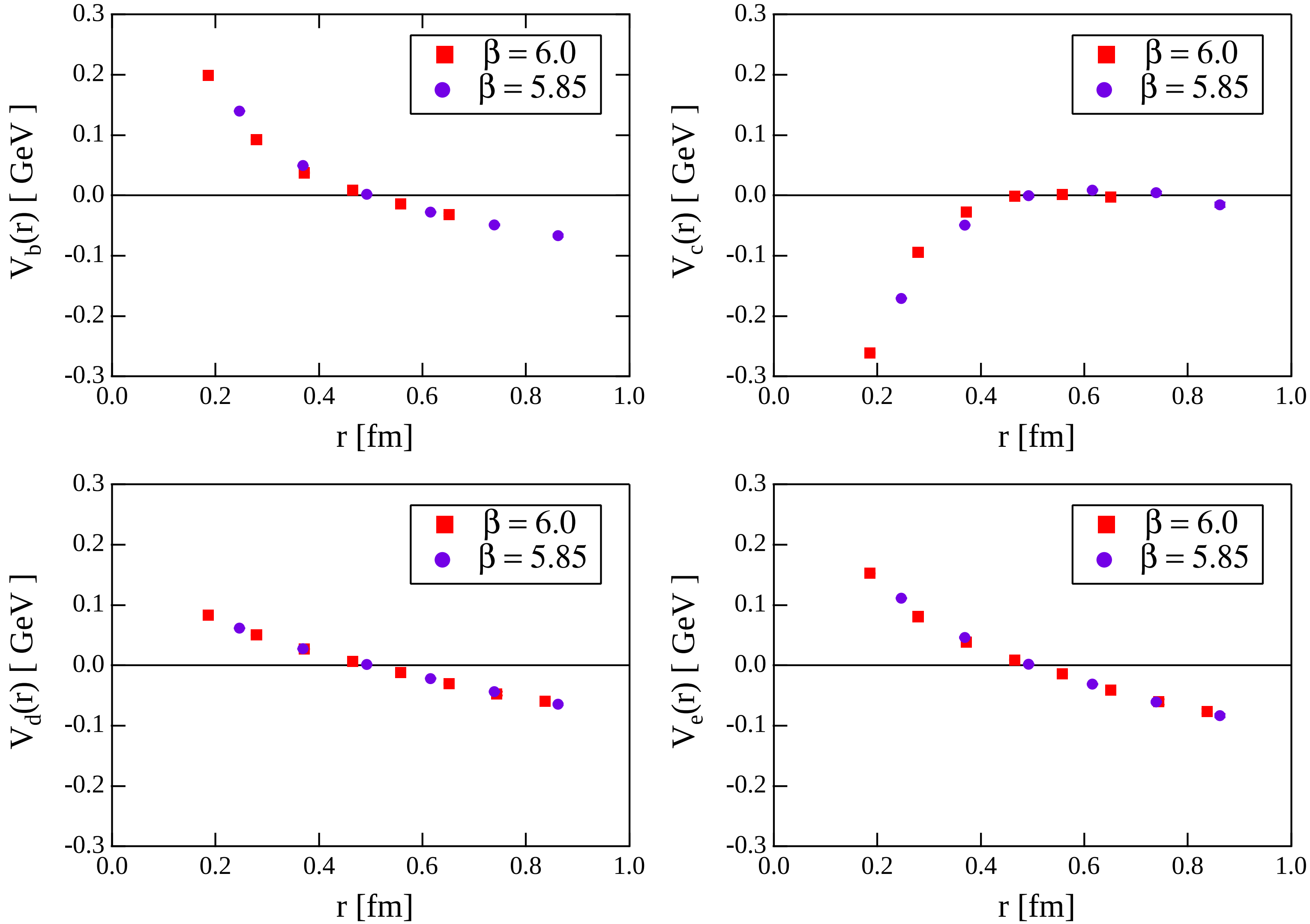
$$V_b(r) = -\frac{1}{3}\int_0^\infty dt\ t^2 \frac{\langle E(0,0)\cdot E(r,t)\rangle_W^c}{\langle W(r,t)\rangle}$$

$$V_d(r) = \frac{1}{6}\int_0^\infty dt\ t^2 \frac{\langle E(0,0)\cdot E(0,t)\rangle_W^c}{\langle W(r,t)\rangle}$$

$$\left(\frac{r_i r_j}{r^2} - \frac{\delta_{ij}}{3}\right) V_c(r) = \int_0^\infty dt\ t^2 \{\frac{\langle E_i(0,0) E_j(r,t)\rangle_W^c}{\langle W(r,t)\rangle} - \frac{\delta_{ij}}{3}\frac{\langle E(0,0)\cdot E(r,t)\rangle_W^c}{\langle W(r,t)\rangle}\}$$

$$\left(\frac{r_i r_j}{r^2} - \frac{\delta_{ij}}{3}\right) V_e(r) = -\frac{1}{2}\int_0^\infty dt\ t^2 \{\frac{\langle E_i(0,0) E_j(0,t)\rangle_W^c}{\langle W(r,t)\rangle} - \frac{\delta_{ij}}{3}\frac{\langle E(0,0)\cdot E(0,t)\rangle_W^c}{\langle W(r,t)\rangle}\}$$

相対論的補正項 $O(1/m_q^2)$：運動量依存項



まとめ

- 格子 QCD 数値シミュレーションにより非摂動論的に $O(1/m_q^2)$ までの**相対論的補正項を含むクォーク間ポテンシャル**を調べた。

$\Rightarrow$ $O(1/m_q)$ 補正項，$O(1/m_q^2)$ スピン依存項，$O(1/m_q^2)$ 運動量依存項

[Koma, Koma & Wittig, PRL97 (2006) 122003]

[Koma, Koma, NPB769 (2007) 79]

[Koma, Koma & Wittig, PoS (Lattice2007)]

[Koma, Koma & Wittig, PoS (Confinement8)]

$\Rightarrow$ 中長距離で QCD 摂動論では説明できない関数形
（現象論的ポテンシャルと若干の相違）

$\Rightarrow$ クォーコニウムの質量スペクトル，波動関数，崩壊定数，遷移振幅 等の系統的な解析

$\Rightarrow$ 非摂動論的 QCD 模型の選別

ところで...

- J-PARC とクォーコニウム
  ２次ビームの反陽子を使えれば，J-PARC でもクォーコニウムを効果的に調べることができる？

- PANDA (Proton-ANtiproton exp. at DArmstadt) @GSI
  - 装置 — Proton 30 GeV ring, High Energy Storage Ring, HESR
    (10^{11} stored and cooled Antiprotons, 0.8 - 14.5 GeV/c)
  - 物理 — Excited Glue, Charmonium, Hadrons in Matter,
    Hypernuclei, D Physics, Baryons, etc..
  - 計画 — HESR の建設は 2016 年以降

  [J. Lange, talk at QWG 2008 @ Nara]