

研究会「宇宙初期における時空と物質の進化」

@ 東京大学

2007. 5. 29

Curvature perturbations from Ekpyrotic collapse with multiple fields

水野 俊太郎 (RESCEU, 東大)

with 小山 和哉 (ポーツマス大)
David Wands (ポーツマス大)

arXiv:0704.1152

1.Introduction

□ 標準ビッグバン宇宙論の問題点

- 地平線問題
- 平坦性問題
- 大規模構造の起源



通常はインフレーションで説明

□ インフレーションの抱える問題点

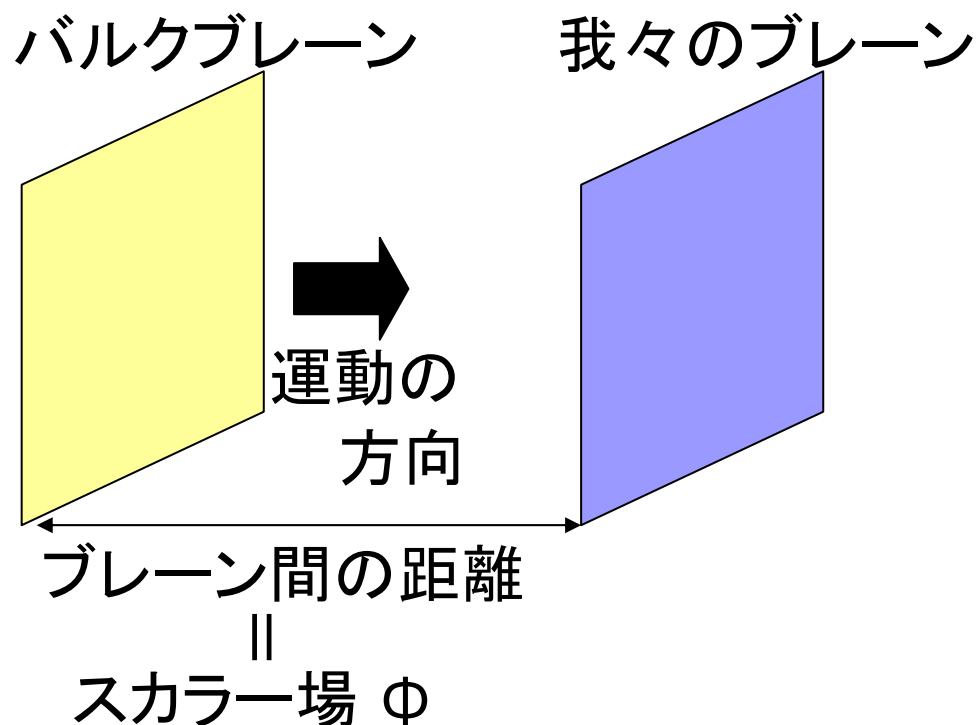
- 初期特異点問題
- ポテンシャルの値の微調整

代替シナリオは可能か？

Ekpyrotic シナリオ

Khoury, Ovrut, Steinhardt, Turok '01

ビッグバン宇宙がブレーンの衝突
によって、生成された！



- ヘテロ型M 理論に基づく状況設定

Lucas, Ovrut, Waldram '98

- 揺らぎはビッグバン前の収縮宇宙で生成される

↑
バルクブレーンが我々のブレーンに向かって運動

- ブレーンの衝突で我々のブレーンが加熱される

生成される揺らぎに関する先行研究

収縮期のブレーン上での4次元有効宇宙論は、負の指数関数型ポテンシャルをもつスカラー場で記述

$$V(\phi) = -V_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{2}{p}} \frac{\phi}{M_p}\right), p \ll 1$$

- スペクトル Lyth '02

$$n = 1 + \frac{2}{1-p} \rightarrow 3 \quad (p \rightarrow 0)$$

もともとのモデルではスケール不変の揺らぎを作るのは困難



- Multi-field new ekpyroticモデル

複数のスカラー場を導入してスケール不変を実現

Lehners, McFadden, Turok, Steinhardt '07

Buchbinder, Khoury, Ovrut '07,

Creminelli, Senatore '07

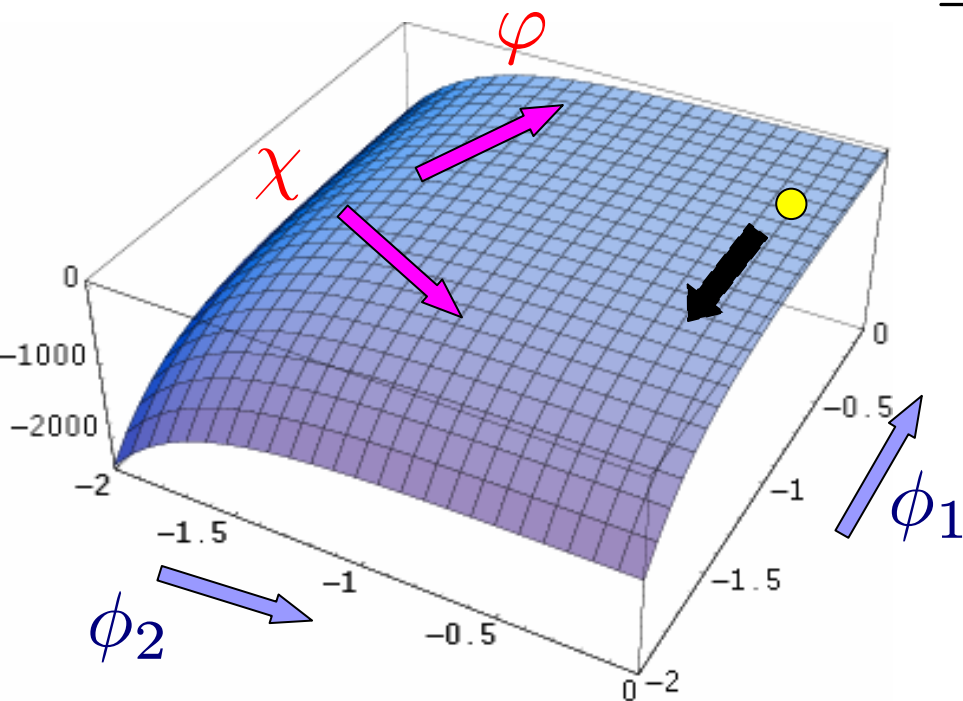
2. New Ekpyrotic シナリオ

Lehners, McFadden, Turok, Steinhardt '07

Buchbinder, Khoury, Ovrut '07, Creminelli, Senatore '07

- モデル (2スカラーの場合)

$$V(\phi_1, \phi_2) = -V_1 e^{-c_1 \phi_1} - V_2 e^{-c_2 \phi_2}$$
$$= -\underbrace{U(\chi)}_{\substack{\uparrow \\ U_0 \left[1 + \frac{c^2}{2} (\chi - \chi_0)^2 + \dots \right]}} e^{-c\varphi} \quad c_1, c_2 \gg 1$$



$$c = \frac{c_1 c_2}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}} < c_1, c_2$$

一様成分のダイナミクス

指数関数型ポテンシャルをもつスカラー場を含む系では、スケーリング解が重要な役割を果たす

- single-fields $\phi_i (i = 1, 2)$ で引き起こされるスケーリング解

$$a = (-t)^{p_i}, \quad \phi_i = \frac{2}{c_i} \ln(-t) - \frac{1}{c_i} \ln \left(\frac{p_i(1-3p_i)}{V_i} \right)$$

with $p_i = \frac{2}{c_i^2}$ cf. old ekpyrotic モデル

- Multi-field で引き起こされるスケーリング解 Finelli '02
assisted contraction

$$a = (-t)^p, \quad \phi_i = \frac{2}{c_i} \ln(-t) - \frac{1}{c_i} \ln \left(\frac{2(1-3p)}{c_i^2 V_i} \right)$$

with $p = \frac{2}{c^2}, \quad c = \frac{c_1 c_2}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}} \quad c^2 > 6$

cf. assisted inflation (N-flation)

断熱揺らぎとエントロピー揺らぎ

多成分スカラーの揺らぎは各瞬間ごとに、断熱揺らぎとエントロピー揺らぎに分解することが可能

Gordon, Wands, Bassett, Maartens '00

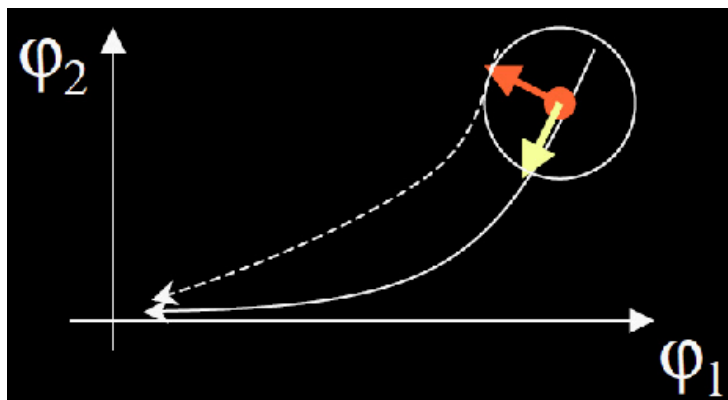
- 断熱揺らぎ

$$\delta r = \sin \theta \delta \phi_1 + \cos \theta \delta \phi_2$$

- エントロピー揺らぎ

$$\delta s = \cos \theta \delta \phi_1 - \sin \theta \delta \phi_2$$

with $\theta = \arctan \frac{\dot{\phi}_1}{\dot{\phi}_2}$



δr : 一様成分の場が運動している方向

δs : 一様成分の場の運動に垂直な方向

- 曲率揺らぎ

$$\mathcal{R}_c = \frac{H \delta r}{\dot{r}}$$

- 等曲率揺らぎ

$$S \propto \delta s$$

エントロピー揺らぎの生成

• エントロピー揺らぎの発展方程式

$$\ddot{\delta s} + 3H\dot{\delta s} + \frac{k^2}{a^2}\delta s + (V_{,ss} - \dot{\theta}^2)\delta s = \underbrace{-2\frac{\dot{\theta}}{\dot{r}} \left[\dot{r}\delta r - \left(\frac{\dot{r}^3}{2H} + \ddot{r} \right) \delta r \right]}_{\text{断熱揺らぎと結合した項}}$$

一様成分の解として、以下のスケーリング解が実現したと仮定

- multi-field スケーリング解 (B) $\theta = \arctan \frac{c_2}{c_1}$
- single field スケーリング解 (B1, B2) $\theta = \frac{\pi}{2}, 0$ **定数**

-
- 断熱揺らぎとエントロピー揺らぎの結合が切れる
 - それぞれの場を独立に量子化することが可能

• スペクトル指数

B: $n_{\delta s} = 2p$ スケール不変 for $p \rightarrow 0$ B1,B2: $n_{\delta s} = 2$ blue

3. 曲率揺らぎの生成

Koyama, Wands '07, Koyama, SM, Wands '07

- motivations

- スケール不変の揺らぎを作るmulti-fieldスケーリング解が自然に実現するか？
- 生成されたスケール不変のエントロピー揺らぎをどうやって曲率揺らぎに移すか？



先行研究では、別の人為的な過程が必要

ex) バウンス, ポテンシャルを変形, etc.

- もし、スケール不変な曲率揺らぎが生成されるとしたら、その値に対する定量的な予言が可能か？

一様成分の解の安定性

Koyama, Wands '07

- 相空間の変数

拘束条件

(フリードマン方程式)

$$x_i \equiv \frac{\dot{\phi}_i}{\sqrt{6}H}, \quad y_i \equiv \frac{\sqrt{V_i e^{-c_i \phi_i}}}{\sqrt{3}H} \quad \leftarrow \quad \sum_j x_j^2 - \sum_j y_j^2 = 1$$

$i = 1, 2$

- 不動点

A: $\sum_j x_j^2 = 1, \quad y_j = 0$ (運動項優勢の解)

Bi: $x_i = \frac{c_i}{\sqrt{6}}, y_i = -\sqrt{\frac{c_i^2}{6} - 1}, x_j = y_j = 0, \quad (\text{for } j \neq i)$
(single field スケーリング解)

B: $x_j = \frac{\sqrt{6}}{3p} \frac{1}{c_j}, y_j = -\sqrt{\frac{2}{c_j^2 p} \left(\frac{1}{3p} - 1 \right)}$ (multi-field スケーリング解)

- 線形解析

A: 不安定

Bi: 安定

B: 鞍点



Bに近づく解は存在

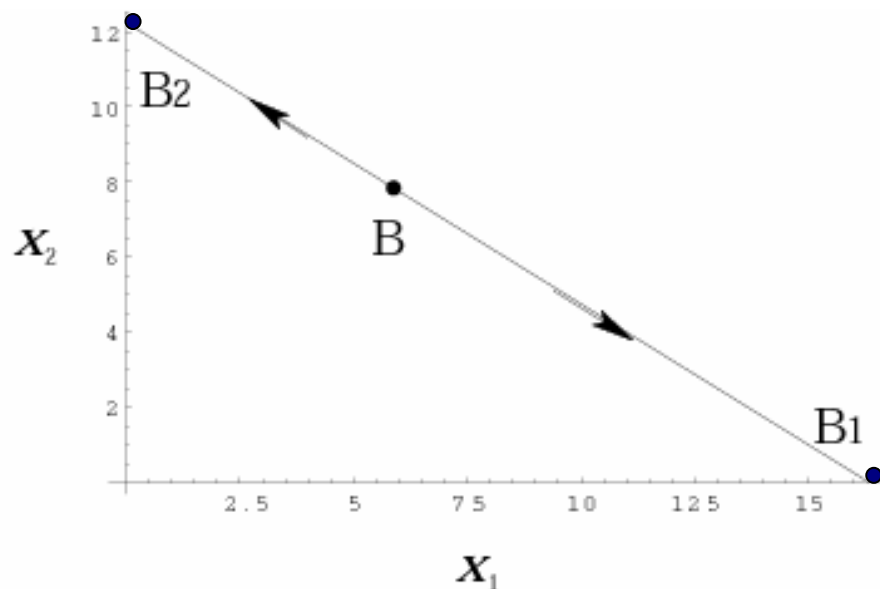
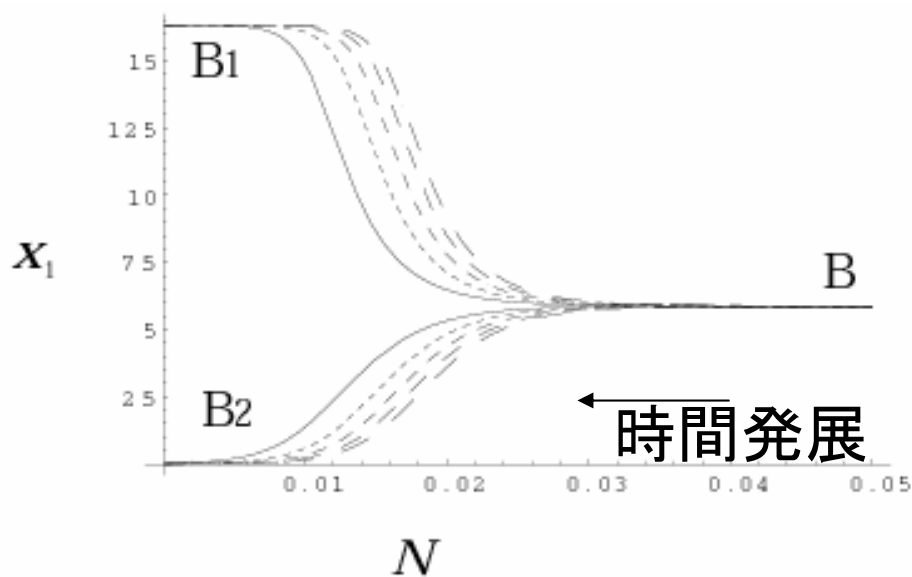
揺らぎ生成のシナリオ

→ 時間

	B (鞍点)	遷移	B _i (安定点)	non-singular bounce	膨張宇宙
--	-----------	----	-------------------------	------------------------	------

曲率揺らぎ	blue	$\dot{\theta} \neq 0$ mixing	blue
エントロピー	スケール		blue
揺らぎ	不変		

• 一様成分の数値解



断熱揺らぎの生成 (大スケール)

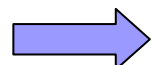
Koyama, SM, Wands '07

• 揺らぎの発展方程式

$$\begin{pmatrix} \delta r \\ \delta s \end{pmatrix}'' + \begin{pmatrix} K_{rr} & K_{rs} \\ K_{sr} & K_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta r \\ \delta s \end{pmatrix}' + \begin{pmatrix} M_{rr} & M_{rs} \\ M_{sr} & M_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta r \\ \delta s \end{pmatrix} = 0$$

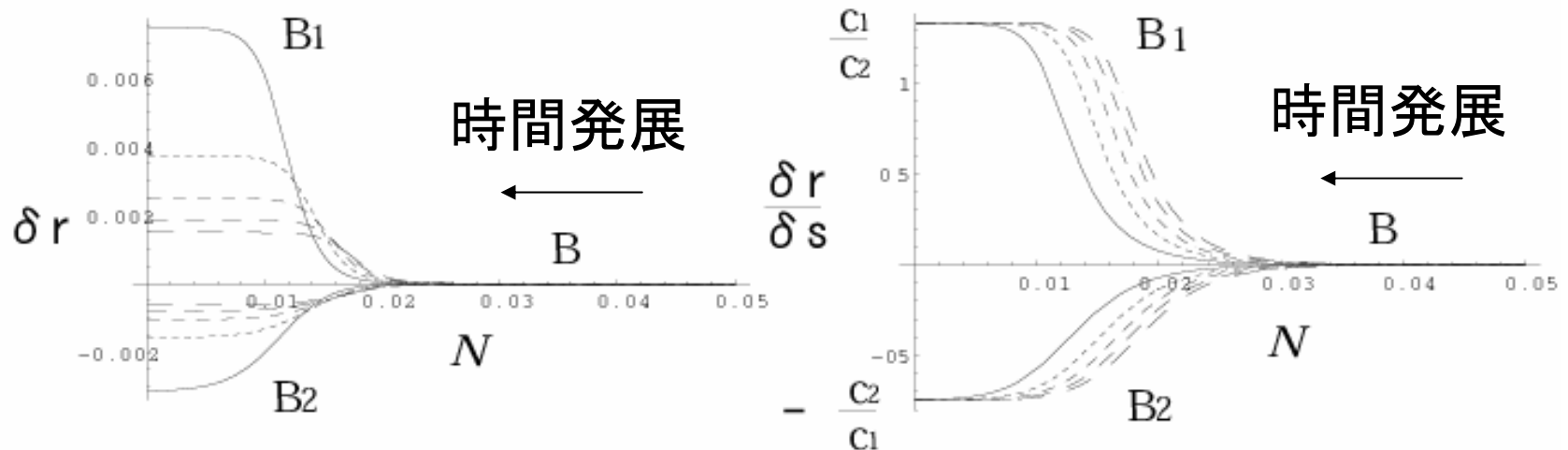
$$K_{rs} = K_{sr} = M_{rs} = M_{sr} = 0 \quad \text{at B, Bi}$$

• 初期条件

- 相空間内で、Bから少しずれた点から解き始める
 - 断熱揺らぎ $\delta r = 0$  blue spectrum at B
 - エントロピー揺らぎ $\delta s = \frac{1}{p} \left| \frac{H}{2\pi} \right|$  Bunch-Davies vacuum
-  数値計算

数値計算結果

- mixingによる断熱揺らぎの生成



- 遷移後の断熱揺らぎとエントロピー揺らぎの比

$$\frac{\delta r}{\delta s} = \frac{c_1}{c_2} \quad \text{at } B_1 \quad \frac{\delta r}{\delta s} = -\frac{c_2}{c_1} \quad \text{at } B_2$$

$$\left[\begin{array}{l} \delta\varphi, \delta\chi \text{ are decoupled} \\ \delta\varphi \text{ is massless} \end{array} \right.$$

$$\leftarrow \frac{\dot{\phi}}{H} = c$$

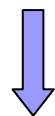
生成された曲率揺らぎの定量的評価

- 遷移後の曲率揺らぎの振幅

$$\left\{ \begin{array}{ll} B \rightarrow B1 & \mathcal{R}_c \equiv \frac{H}{\dot{\phi}_1} \delta r = \frac{1}{c_1} \delta r = \frac{\delta \chi}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}} \\ B \rightarrow B2 & \mathcal{R}_c \equiv \frac{H}{\dot{\phi}_2} \delta r = \frac{1}{c_2} \delta r = \frac{\delta \chi}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}} \end{array} \right. \quad \text{どちらの背景解でも同じ}$$

- multi-fieldスケーリング解背景での $\delta \chi$ の成長

$$|\delta \chi| = \frac{1}{p} \left| \frac{H}{2\pi} \right| \quad \text{sudden transition を仮定}$$



$$(p = \frac{2}{c^2})$$

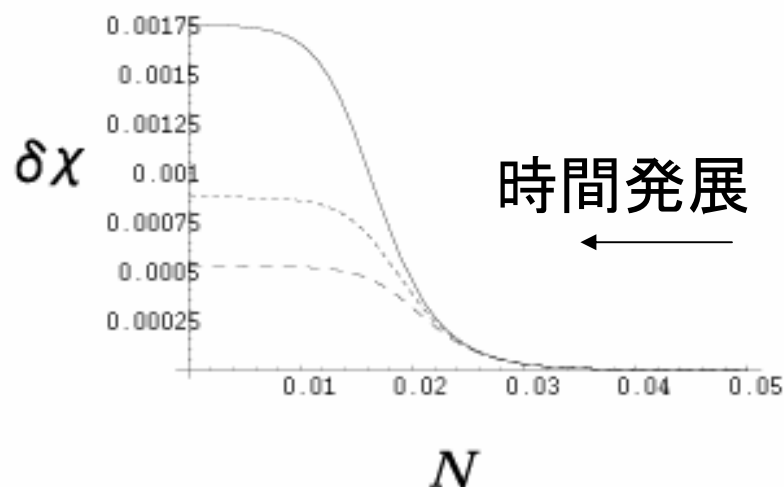
- 曲率揺らぎ

$$\mathcal{R}_c = \frac{c^2}{2\sqrt{c_1^2 + c_2^2}} \left| \frac{H}{2\pi} \right|_T$$

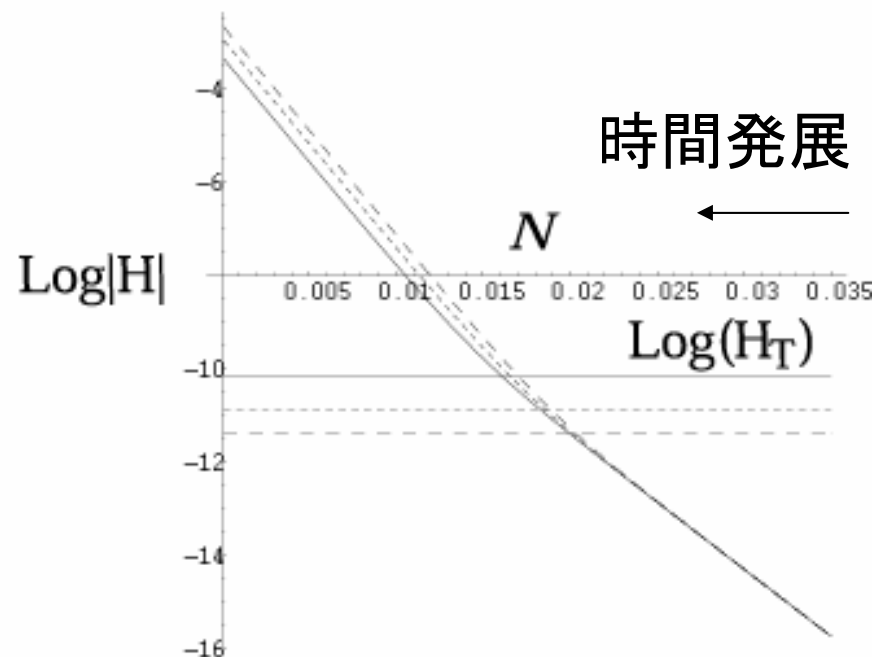
遷移時のハッブル
で表せる

数値計算結果 (2)

- sudden transition近似の妥当性の確認



$$|H| = \frac{4\pi}{c^2} \delta\chi$$



$$\dot{H} = -\frac{1}{2}(\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_2^2)$$

→ 最終的な $\delta\chi$ の振幅から構成した H_T が遷移時のハッブルを上手く再現！

4. Primordial non-Gaussianities

Koyama, SM, Vernizzi, Wands, in preparation

- 非線形パラメータ

$$\frac{6}{5}f_{NL} \equiv \frac{\prod_i k_i^3}{\sum_i k_i^3} \frac{B_\zeta}{2\pi^4 \mathcal{P}_\zeta^2}$$

- 曲率揺らぎの3点相関関数

$$\begin{aligned} \langle \zeta_{\mathbf{k}_1} \zeta_{\mathbf{k}_2} \zeta_{\mathbf{k}_3} \rangle &= \left(\frac{d\bar{N}}{d\delta\chi_*} \right)^3 \langle \delta\chi_{*\mathbf{k}_1} \delta\chi_{*\mathbf{k}_2} \delta\chi_{*\mathbf{k}_3} \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{d\bar{N}}{d\delta\chi_*} \right)^2 \frac{d^2\bar{N}}{d\delta\chi_*^2} \langle \delta\chi_{*\mathbf{k}_1} \delta\chi_{*\mathbf{k}_2} (\delta\chi_* \star \delta\chi_*)_{\mathbf{k}_3} \rangle + \text{perms.} \end{aligned}$$

... スカラー場固有のnon-Gaussianity

... 非線形のダイナミクスで生じるnon-Gaussianity

結果 (preliminary)

- sudden transition 近似に基づいた解析
- $B \rightarrow B_2$ の背景を仮定

- 非線形ダイナミクスによって生じるnon-Gaussianity

$$f_{NL}^{(4)} = \frac{5}{6} \frac{\bar{N}'''}{\bar{N}'^2} = \frac{5}{12} c_1^2 \quad \longleftarrow \quad \delta N\text{-formalism}$$

- スカラー場固有のnon-Gaussianity

$$f_{NL}^{(3)} = \frac{5}{6} (c_1^2 - c_2^2) \quad \longleftarrow \quad H_{int}(t) = \frac{d^3 V(t)}{d\chi^3} \frac{\delta\chi^3}{3!}$$

$$\longrightarrow f_{NL} = \frac{5}{12} (3c_1^2 - 2c_2^2)$$

パラメータ次第で、大きくなり得る！

5. 結論

- 複数のスカラー場によるEkpyrotic collapse
負の値をもつ急な指数関数型ポテンシャル
- multi-field スケーリング解背景でスケール不変のエントロピー揺らぎが生成
- multi-fieldスケーリング解は不安定モードの効果でsingle fieldスケーリング解に遷移する
- その遷移時に始めに作られたエントロピー揺らぎから自然に 曲率揺らぎが生成される
- 最終的な曲率揺らぎは H_T, c_1, c_2 で決まる
- 曲率揺らぎのnon-Gaussianity $f_{NL} = \frac{5}{12}(3c_1^2 - 2c_2^2)$

議論

- 重力的な反作用による non-Gaussianity

- 指数関数型ポテンシャルモデル

slightly-blue spectrum $n = 2p, p \ll 1$

-ポテンシャルを指数関数からずらしたモデル

Lehners, McFadden, Turok, Steinhardt '07

- non-singular bounceをどうやって起こすか？

-ghost condensation?

Buchbinder, Khoury, Ovrut '07

Creminelli, Senatore '07

- Bに近いところを通る解をどうやって実現するか？

- cyclic scenario?