

2007年5月29日
@本郷初期宇宙研究会



超弦理論屋の見た初期宇宙：
ブレーン、宇宙の次元、宇宙ひも



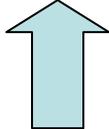
東大駒場・素粒子論研究室 橋本幸士

目次

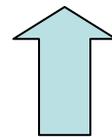
- 【1】 弦理論と初期宇宙：現状と問題意識
- 【2】 弦理論と宇宙の次元
- 【3】 弦理論と宇宙観測

【1】 弦理論と初期宇宙：現状と問題意識

現在の高次元宇宙論・高次元重力理論では、5次元時空中の4次元ブレーンワールド模型が積極的に調べられている。

理由？ 

ブレーンの上に我々が住んでいるとする「ブレーンワールド」
素粒子現象論模型 (Randall-Sundrumなど) の「成功」



超弦理論におけるDブレーンの重要性の認識

では、超弦理論は、これらのstarting pointである
「宇宙の次元」を導出することが出来るのか？

近年盛んに研究されている、弦理論と宇宙論との関係

1) de Sitter的宇宙の弦理論での実現 [Kachru-Kalosh-Linde-Trivedi (03)]

フラックスコンパクト化 コンパクト化する6次元部分に、超重力理論の様々なフラックスを入れることで、モジュライ(多様体の上のゼロモード=masslessのスカラー場)を安定化する。

この際、10次元時空を4次元にコンパクト化する際のmetricとして、内部6次元部分は完全に直積にして分離するのではなく、4次元時空部分と混ざる。(warpedコンパクト化)
高次元の一部は、4次元部分とあいまって、「のど(throat)」と呼ばれるAdS₅的な空間となる。

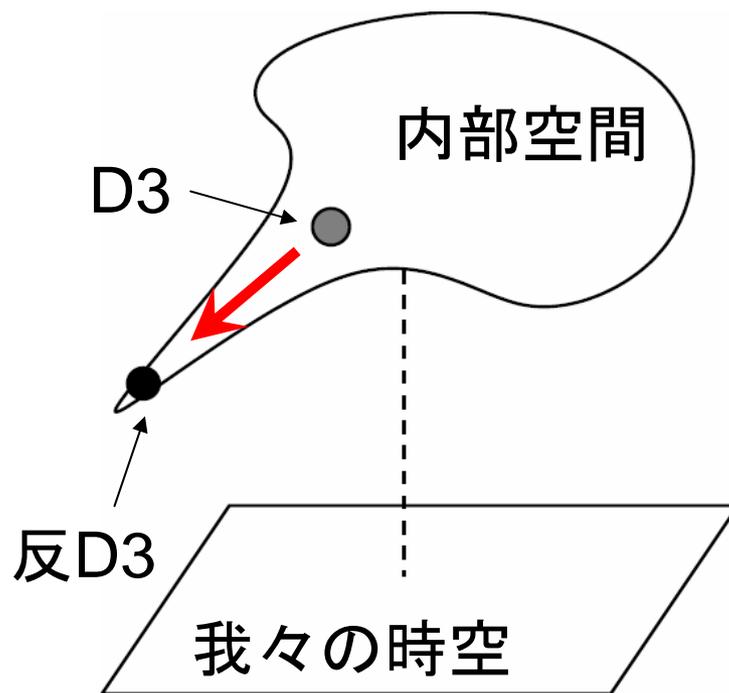
宇宙定数のfine tuning: 一般にフラックスコンパクト化では宇宙がnegative curvatureを持ってしまうので、反Dブレーンを置いてpositiveにする。

2) ブレーンインフレーション

[Kachru-Kalosh-Linde-Maldacena-McAllister-Trivedi (03)]

のどの中に、動くD3ブレーンと、
底で動かない反D3を入れると、
引力で高次元内を運動する。

D3の上には高次元内の位置を
表すスカラー場 (=inflaton) が
乗っており、warpされている
ため、遅転条件が満たされる



これらのシナリオは、弦理論と宇宙論の間の架け橋となった:

- ・ 弦理論的宇宙論をモデル化 → 具体的な予言へ？
- ・ ランドスケープ(モデル空間)の議論 → 人間原理？

これらの手法に内在する問題(?)点

- 超重力理論のコンパクト化を出発点としている。
超弦理論の魅力は、時空次元が無矛盾性から決まってしまうということであった。

例) ボソン型弦理論 → d=26
 N=1 超対称弦理論 → d=10

なぜ、10次元時空を導出するときだけ弦理論を用い、
その後は超重力理論にするのか？（人為性）

- 必要なときだけ(反)Dブレーンを足している。
反Dブレーンの効果が不明
- モジュライが安定化されても、結局無限個の解がある。
ランドスケープ？！

出発点への挑戦

弦理論屋の期待：

Dブレーンや弦のダイナミクスから、最終的には初期値問題がある程度解決されるはず。

- ・ 10次元時空の選定？
- ・ 自発的コンパクト化の機構？
- ・ 素粒子標準模型の導出？

どこまでが物理学で理論的に導出されるべきものであり、そしてどこからが人間原理などに訴えるべきなのかが分かっていない。

【2】 弦理論と宇宙の次元

弦理論の課題

弦理論自身で初期宇宙を議論する際の課題：

- 1) そもそも、曲がった時空上で弦の一体問題が定式化されていない。
- 2) 弦の第二量子化が分かっていない。
(弦の場の作用が知られていない。)

これらの大問題は、いずれも未だ「弦理論の課題」であるが、光明は見えてきている：

- pure spinor 形式での、曲がった時空上の量子化
- 行列モデルによる非摂動的定式化の提案
- AdS/CFT対応と弦理論の定義

弦理論における「次元」

課題は大きいですが、現時点での弦理論での「宇宙の次元」の現れ方を総括しておくことは有意義である。

Emergent Geometry

弦理論においては、時空次元は、理論を定義するときに手で決めるものではなく、「出現する概念」である

以下、次のような顕著な例を順を追って解説する:

- T-duality、「D-duality」
- M理論とIIA型弦理論の双対性
- AdS/CFT対応
- タキオン凝縮とdimensional quenching
- Universal String

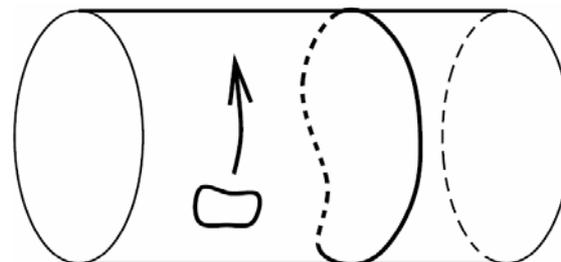
① T-duality, 「D-duality」

弦理論で、時空が S^1 の構造をしている場合を考える。

量子数:

量子化された運動量 n/R

巻き付き数 w



弦が振動していない
場合のスペクトルは

$$m^2 = \frac{n^2}{R^2} + \frac{w^2 R^2}{l_s^4}$$

これは次の変換
で不変である:

$$\begin{aligned} R &\leftrightarrow l_s^2/R \\ n &\leftrightarrow w \end{aligned}$$

T-duality

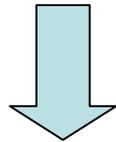
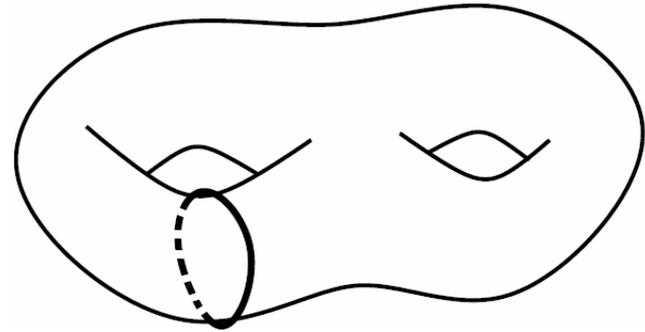
すなわち、コンパクト化の半径 R が小さく、全体の次元が下がったように見えても、弦の見る「有効次元」は変わらない

[Green-Schwarz-Brink (82)] [吉川-山崎(84)]

D(imensional)-duality

2次元トーラスに代えて、genus h のリーマン面でコンパクト化した場合を考える。

$2h$ 個のサイクルが存在し、
そのそれぞれが、先の
円周と同じ役割をする



effectively $2h$ 次元が出現する：“D(imensional)-duality”

[Green-Lawrence-McGreevy-Morrison-Silverstein (07)]

内部空間の構造によって、摂動的な弦の見る
「有効次元」が変化する。

② M理論とIIA型超弦理論の双対性

10次元のtypeIIA型超重力理論は、
11次元超重力理論の次元還元で得られる。

11次元超重力理論を低エネルギーで持つ理論（＝「M理論」）

$$R_{11} = l_s g_s \quad \downarrow$$

10次元IIA型超弦理論

[Witten (95)]

すなわち、10次元の弦理論の強結合領域が
11次元理論で表される。

特に、 $\frac{1}{R_{11}} = \frac{1}{l_s g_s}$ つまり KKモード= D0ブレーン

強結合領域では、非摂動的物体（Dブレーン）が軽くなり、
基本的物体として振舞う。

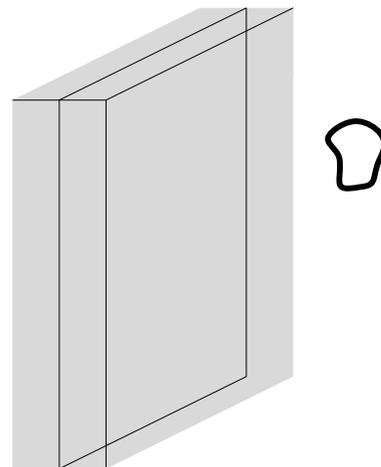
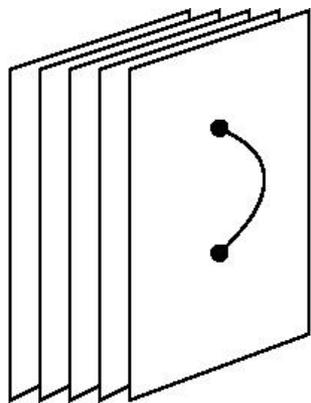
③ AdS/CFT 対応

[Maldacena(97)]

Dブレーンの二つの記述方法の等価性

開弦による記述(ゲージ理論)

閉弦による記述(重力理論)

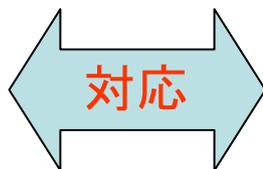


N枚のD3ブレーン上の開弦の
低エネルギー有効作用

N枚のD3ブレーンを表す
ブラックブレーン時空内の閉弦



強結合の4次元超対称
Yang-Mills理論

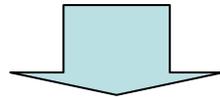


10次元の曲がった時空上の
古典超重重力理論

④ タキオン凝縮とdimensional quenching

Dブレーン・反Dブレーン対消滅は、その上に乗っている
開弦のタキオンモードが真空凝縮を起こすことで記述される。

= ブレーンの次元が時間変化している [Sen(98,02)]



[de Alwis-Flournoy(02)]他

閉弦のタキオンモードが凝縮すると、背景時空が消える

開弦の場合の理解:

$T(t, x) = \infty$: Dブレーンが対消滅している

$T(t, x) = \exp[t/l_s]$: Dブレーンが一様に消滅していく

$T(t, x) = \exp[t/l_s] \cos[x/l_s]$: Dブレーンが低い次元
のDブレーンに崩壊する

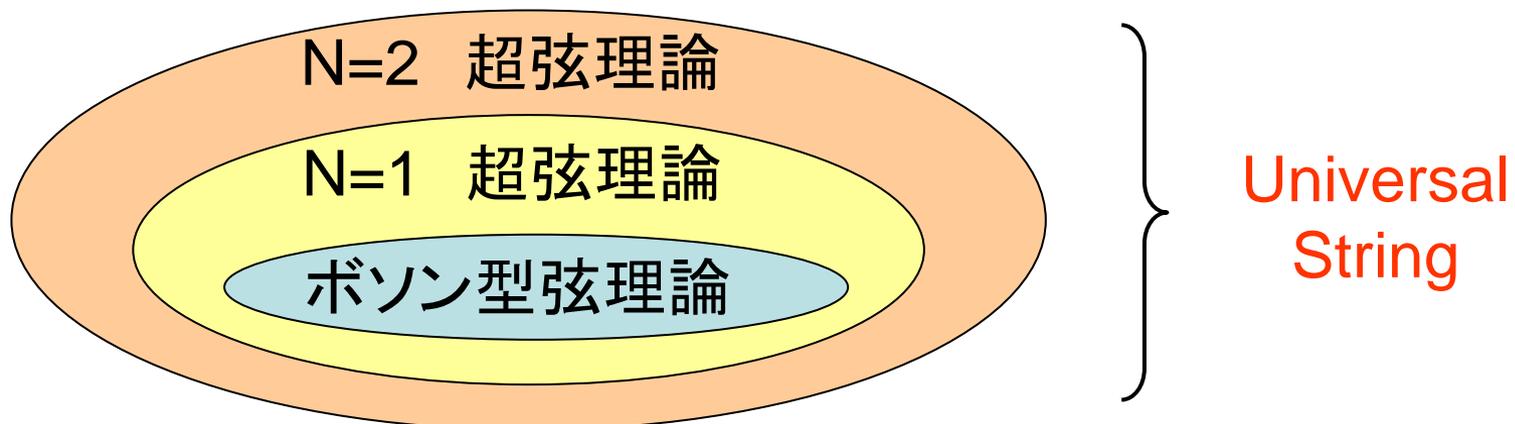
「消えた時空部分」=弦の伝播が不可能な部分

[Gibbons-橋本-Yi(02)]

⑤ Universal String

[Berkovits-Vafa(93)]

世界膜の超対称性の数が異なる弦理論の間には
包含構造がある。



世界膜上にN=1超対称性があるN=1超弦理論から出発しても、ボソン型弦理論と同じスペクトルと相互作用を得ることができる。

N=1超弦理論の一つの真空としてボソン型弦理論がある

摂動的弦理論は一体問題の理論である。

摂動的弦理論の特徴づけ: 1+1 次元の上の**共形**場理論

- ・ 1+1次元スカラー場: $X^\mu(\sigma^0, \sigma^1)$ $\mu = 0, 1, \dots, 25$
target空間に弦がどう埋め込まれるかを指定
- ・ 世界膜上の超対称性 → 超共形代数

ボソンの場 $X^\mu(\sigma^0, \sigma^1)$ と付加的な「ゴースト場」を用いて超共形代数を表現することが出来る。しかも、この付加的な場には物理的ヒルベルト空間は依らない。 [Berkovits-Vafa(93)]

この考え方で、さらに**時間依存する弦理論**を用いて、

N=1超弦理論 → **ボソン型弦理論**

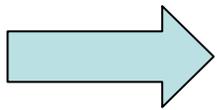
の遷移を記述できることが最近判明した。 [Hellerman-Swanson(07)]

(時間依存する閉弦タキオン凝縮 + universal string)

“Universal string is a cosmology”

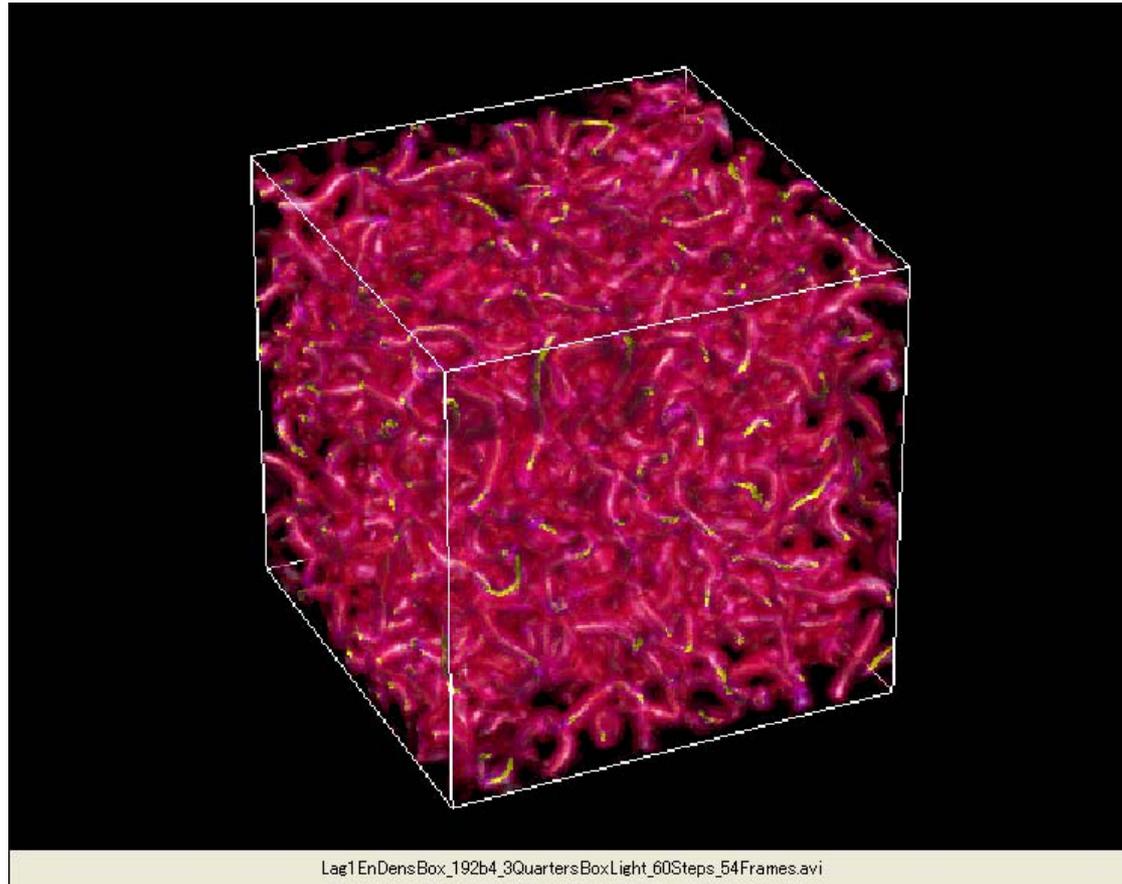
果たしてどのシナリオが重要なのか？

- | | | |
|-------------------------|---|---|
| ② M理論とIIA型弦理論の双対性 | } | 強結合 \leftrightarrow 弱結合
の双対性 |
| ③ AdS/CFT対応 | | |
| ① T-duality、「D-duality」 | } | timelike linear dilaton
での実現: $\phi \propto t$
$\Rightarrow g_s \sim e^{-\phi} \sim e^{-t}$ |
| ④ タキオン凝縮と次元quenching | | |
| ⑤ universal string | | |



いずれにしても「強結合 \leftrightarrow 弱結合」の際に次元の変化が起こっているように見える。

- 次元の変化のユニバーサルな性質？
- いずれにしても、結合定数を決める機構（＝弦理論の非摂動的定式化）が次元の決定と密接にリンクしている。



produced by Hindmarsh

【3】 弦理論と宇宙観測

弦理論の観測可能性？

宇宙の次元に関する理論的結論が得られていない現在、
弦理論と宇宙論とのかかわりは？

- ・ 精密な宇宙観測と弦理論のコンパクト化を
仮定した模型との詳細な比較

例) string gas cosmology [Brandenberger-Vafa(89)(05)]

宇宙にコンパクト方向があると、その方向への
弦の巻きつきがほどける次元までは宇宙は広がる

- ・ 弦理論の一般的な様相を宇宙観測に期待？

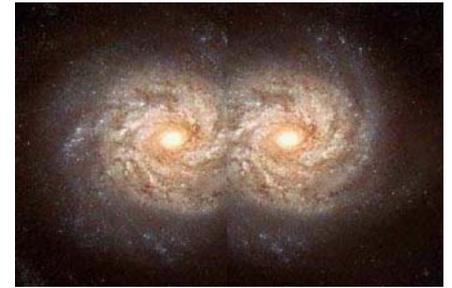
例) 宇宙ひも = 超弦・Dブレーン

「cosmic super/D-string」

宇宙ひもとその観測

宇宙ひも(cosmic string) = 宇宙空間の巨視的なひも状の物体。
観測の期待が高まっている。

(a) 直接的観測法: 直線状に伸びた質量エネルギーのある物体は、重力場として conical singularity を出し光の経路を曲げるので、重力レンズ効果を起こす。



(b) 重力波の観測: 3次元空間内に伸びている閉じた南部後藤ひもはかならず尖点を持つことが示され、尖点からは強力な重力波が放出される。もしくは、背景重力波への貢献。

観測からの制限 $\longrightarrow G_N \cdot \mu < 10^{-6}$

[Bevis, Hindmarsh, Kunz, Urrestilla, astro-ph/0702223, 0704.3800]

LOFAR, SKA? [Mack, Wesley, King, astro-ph/0702648]

従来考えられてきた宇宙ひも: 場の理論の渦(vortex)ソリトン

- ・二次元空間に局所化した渦 → ひも状の物体(vortex string)
- ・理論のU(1)対称性が自発的に破れると生成される。

例1) 複素スカラー場理論 $V(H) = \lambda(|H|^2 - \zeta^2)^2$

平面スライスの無限遠(円)から真空(円)への写像が整数(巻きつき数)でラベルされる。 $H = f(r)e^{in\theta}$

しかしこのglobal vortexの質量は無限大で非現実的。

例2) Abelian Higgs模型 : U(1)をゲージ化、質量有限

渦ソリトンの宇宙論的生成: 高温の宇宙が冷えていく際に、GUT等の対称性の破れの形に応じて(“non-Abelian vortex”)、大量に生成される(モノポールと同じキップル機構)。

宇宙ひもの一般性: 超対称大統一理論 + hybrid inflation
ではgenericにソリトン宇宙ひもが生成する

[Jeannerot, Rocher, Sakkellariadou, hep-ph/0308134]

超弦・Dブレーン=宇宙ひも？ “cosmic super/D- string”

弦やDブレーンは、宇宙に巨視的に伸びているかもしれない！

- ・ 1985年にWittenは、次のような議論から否定した。

ヘテロ型超弦理論のコンパクト化では

$$4\kappa_{10}^2 = l_s^2 g_{10}^2, \quad \kappa_4^2 = \kappa_{10}^2 / V_{\text{cpt}}, \quad g_4^2 = g_{10}^2 / V_{\text{cpt}}, \\ G = \kappa_4^2 / 8\pi, \quad \mu = 1 / 2\pi l_s^2$$

→ $G\mu = g_4^2 / 64\pi^2$ これは大きすぎる。

- ・ しかし現在は、「warped コンパクト化」を考えることもある：

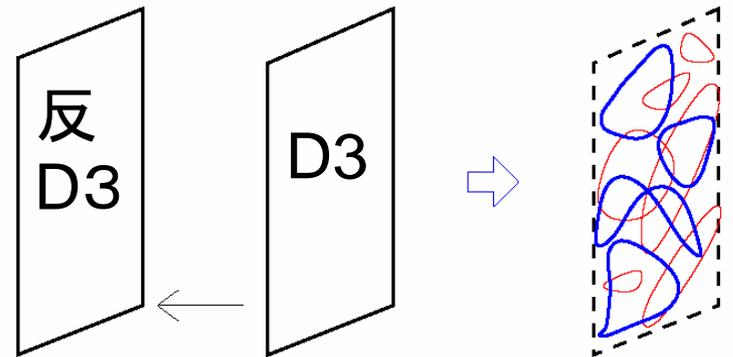
$$ds^2 = e^{-A(y)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + \dots \quad \longrightarrow \quad \mu = \frac{e^{-A(y)}}{2\pi l_s^2}$$

warped コンパクト化を考えれば、
cosmic superstringのtensionは小さくでき、可能

Cosmic superstring / D1ブレーン の生成

- 従来の弦理論ではインフレーションを起こすのが難しかった。
- 典型的なブレーンインフレーションでは、Warpされた「のど」の中でD3が運動することによりインフレーションが起こる。

最終的には、のどの端にある反D3と運動したD3が衝突、タキオン凝縮で対消滅し、インフレーションが終了する。

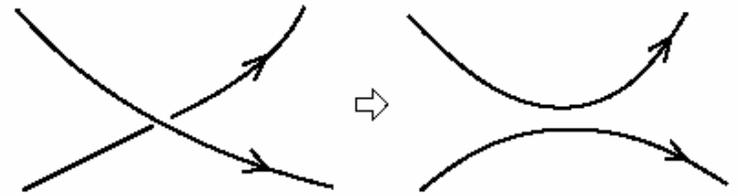


- * Senの予想によると、タキオン凝縮のtopological defectとしてD1ブレーン(ひも状のDブレーン)が大量に発生
→ **cosmic Dブレーン の生成**
- * Dブレーンと反Dブレーンが対消滅すると、残りのエネルギーは閉じた弦に行くしかない。
→ **cosmic superstrings の生成**

生成とその後の宇宙の発展

宇宙ひもは、モノポール問題と同様の問題は引き起こさない。

理由：宇宙ひもは互いに衝突して
組み替えを起こし、閉じたループ
をなしそれが収縮消滅する、という
自己消滅機構があるからである。



実際の時間発展は、組み替え確率 P に依存する。

組み替え確率が違くと、宇宙ひもループの生成率
が変わり、結果として現在の宇宙に見えるはずの
宇宙ひもの個数密度が大幅に異なってくる。

→ 観測に対する制限の違い

ソリトンの宇宙ひもと、超弦・Dブレーンの宇宙ひもの見分け方

組み替えの確率の違い

- (1) ソリトンの宇宙ひもは、組み替え確率 $P=1$ である。(古典的)

80年代からの数値計算の結果、遅い速度での衝突では任意の角度の交差で必ず組み替えが起こることが示されている。

近年、Dブレーンの技術を応用することで、様々なソリトン宇宙ひもに対してこれが証明された。

[Tong-橋本 (06)] 他

- (2) 超弦の宇宙ひもは、組み替えが古典的ではなく確率的となる。

$$P \sim g_s^2$$

[Jackson-Jones-Polchinski (04)]

- (3) D1ブレーンの宇宙ひもでは??

→ 実は確率的で、値は小さくなる [Hanany-橋本 (05)]

宇宙ひもの観測に期待！