2007/5/28-30
宇宙初期における時空と物質の進化

ダークマター分布の非線形重力進化の新しい様相

樽家 篤史

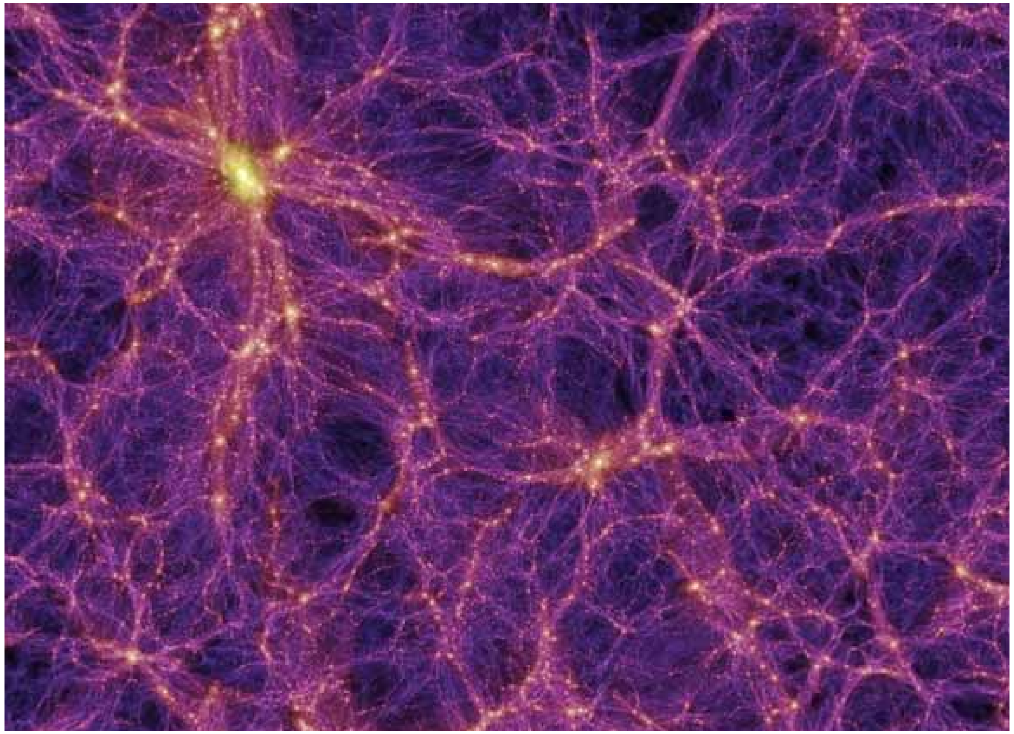
(東大理)

内容

- 大規模構造観測の新しい様相
- 理論研究における新たな潮流
- 非線形重力進化に関する新たな進展

大規模構造と宇宙論

宇宙初期に刻まれた物質進化の情報を、構造形成の観点から探る



- 宇宙論パラメーターの決定

- CDMモデルに基づく
  構造形成シナリオの検証

  (CDM=Cold Dark Matter)

- 素粒子物理の探索

宇宙マイクロ波背景放射と組み合わせて様々な情報を引き出す

大規模構造の観測

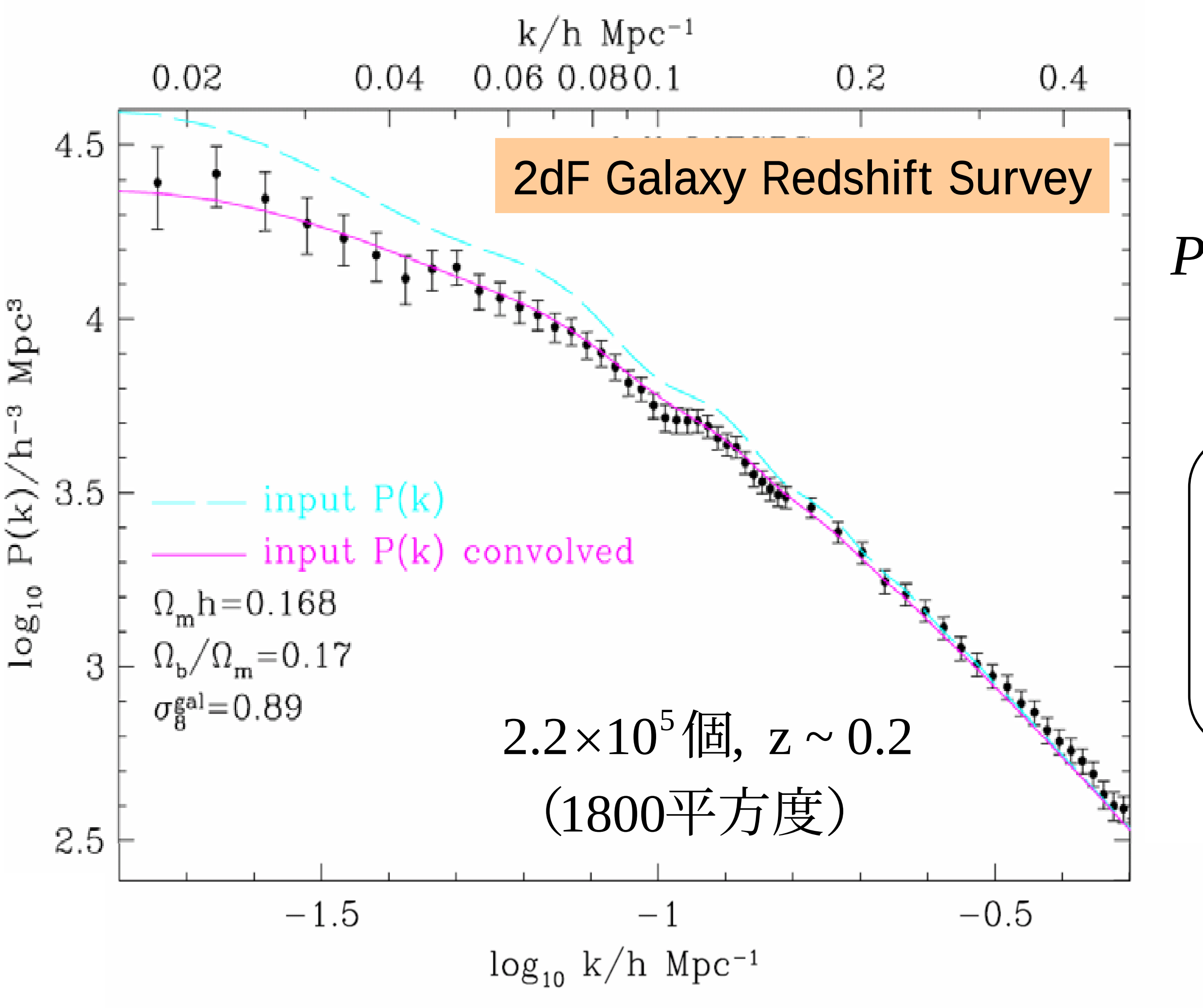
今や時代は、大規模・精密観測時代：

マイクロ波背景放射	WMAP
大規模構造	Sloan Digital Sky Survey
	Two-degree Field
	⋮

- パラメーター推定花盛り： joint analysis, combined constraints
  MCMC, ...
- みんな、パラメーター推定法に強くなった
- 微弱なシグナルが検出できるようになった

→ バリオン音響振動の検出

銀河分布のパワースペクトル



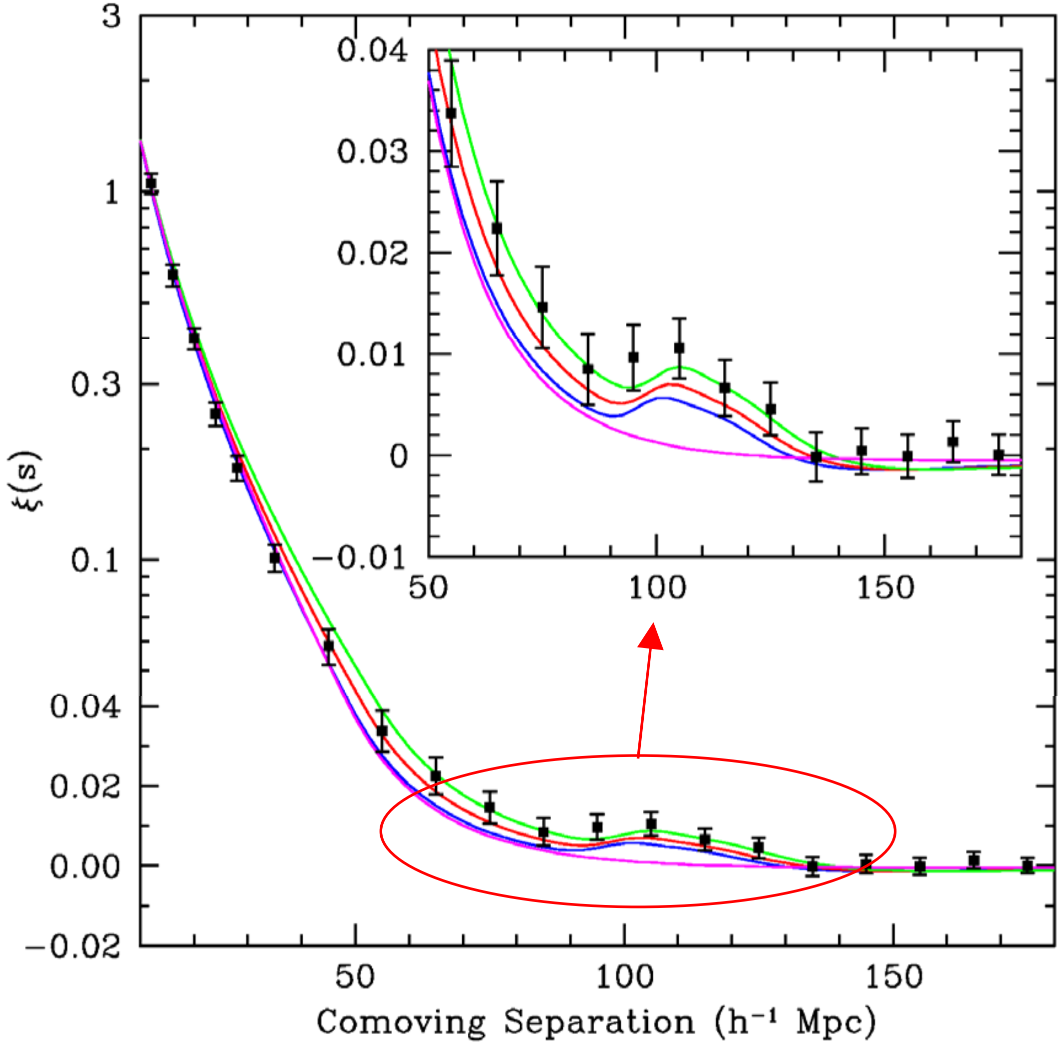
$$P(k) = \frac{1}{(2\pi)^3} \left\langle |\delta(k)|^2 \right\rangle$$

$$\left(\begin{aligned} \delta(\vec{x}) &= \frac{\rho(\vec{x}) - \bar{\rho}}{\bar{\rho}} \\ &= \sum_{\vec{k}} \delta(\vec{k})\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \end{aligned} \right)$$

Cole et al.(2005)

銀河分布の2点相関関数

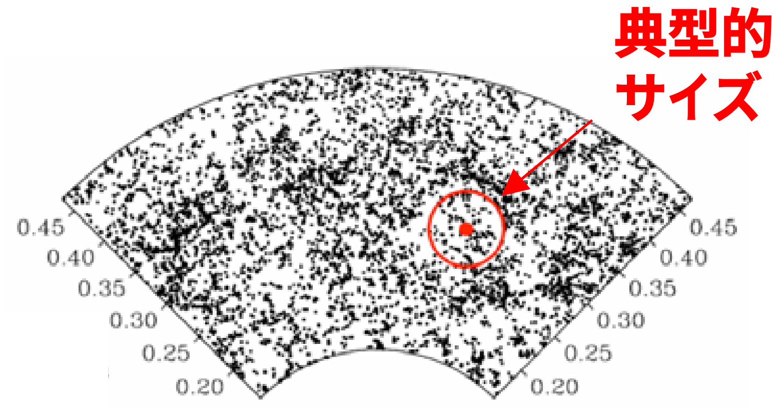
Sloan Digital Sky Survey



Luminous Red Galaxies

(47,000 samples @z~0.3)

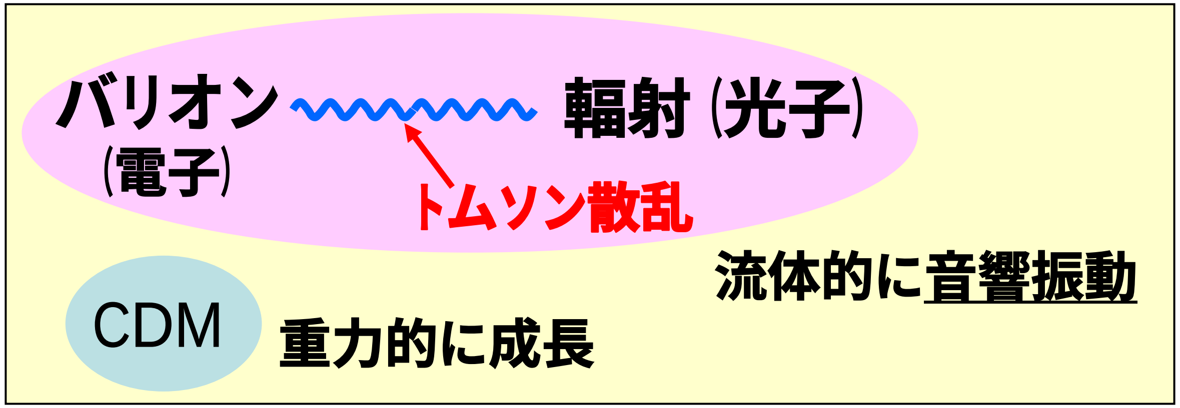
$$\xi(s) = \int \frac{dk\,k^2}{2\pi^2} P(k) \frac{\sin(ks)}{ks}$$



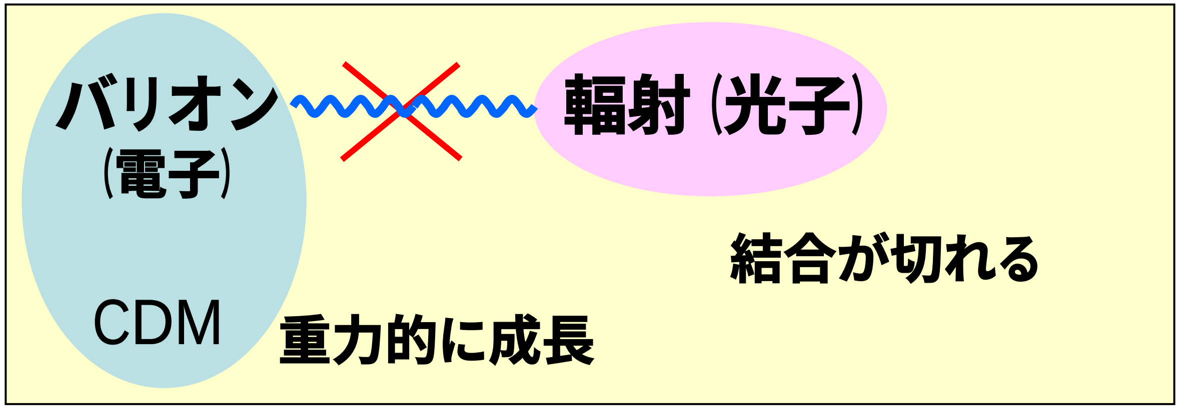
Eisenstein et al.(2005)

バリオン音響振動の物理

晴れ上がり前 (脱結合)：



脱結合以後：



振動の特徴スケール：

音響地平線

$$r_s \equiv \int_{z_{\rm dec}}^{\infty} \frac{dz}{H(z)} c_s(z)$$

$$c_s \equiv 1 \Big/ \sqrt{3\{1+(3/4)(\rho_{\rm b}/\rho_{\rm r})\}}$$

(バリオン・光子流体の音速)

バリオンの密度ゆらぎを通じて、振動の痕跡が物質分布に投影

バリオン振動とダークエネルギー

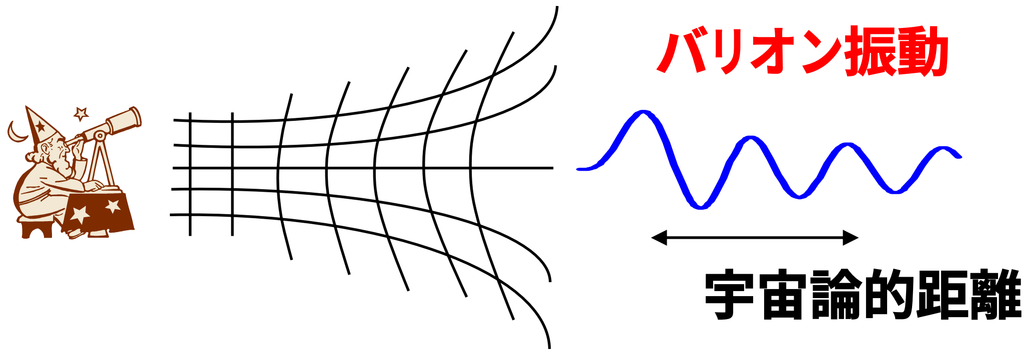
バリオン振動の特徴的スケール：

バリオン・CDMの
密度のみで決まる

$$r_s(\eta_{\rm dec}) = 147 \left(\frac{\Omega_{\rm m} h^2}{0.13}\right)^{-0.25} \left(\frac{\Omega_{\rm b} h^2}{0.024}\right)^{-0.08} \mathrm{Mpc}$$

一方、観測される振動スケール：

バリオン・CDM以外の
宇宙論パラメーターにも依存



振動スケール

$$\propto \left[D_A^2(z) / H(z) \right]^{1/3}$$

**バリオン振動を「宇宙標準ものさし」として使うことで
ダークエネルギーの状態を探る**

将来計画

ダークエネルギーを探るためのさまざまなミッション (装置)：

測光

- Subaru Hyper Suprime-Cam (Subaru HSC)
- Dark Energy Survey (DES)
- Panoramic Survey Telescope & Rapid Response System (Pann-STARRS)
- Large Synoptic Survey Telescope (LSST)
- Supernova Acceleration Probe (SNAP)

分光

- Wide Field Multi-Fibre Optical Spectrograph (WFMOS)

⋮

いずれも、
何種類かの観測を組み合わせて、ダークエネルギーの正体に迫る

理論的課題

観測から振動スケール (距離) を決めるため考慮すべき様々な影響

- **重力非線形性**

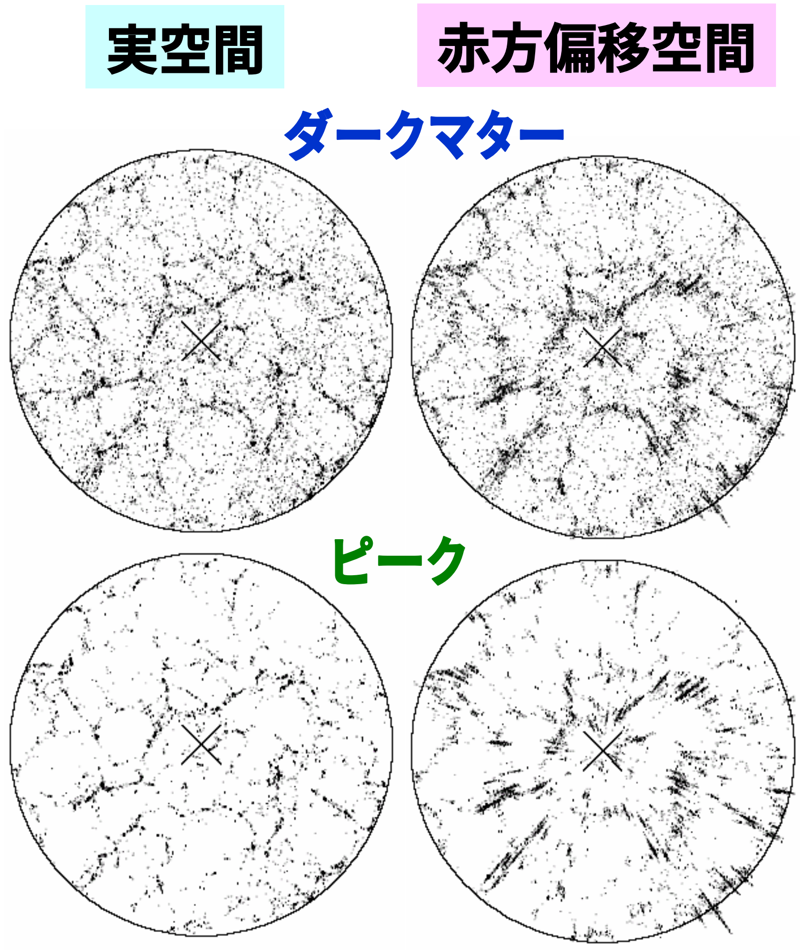
- **赤方偏移ゆがみ**

$$\vec{s} = \vec{r} + \frac{(\hat{r}\cdot\vec{v})}{H(z)}\,\hat{r}$$

銀河特異速度場

- **銀河分布のバイアス**

$$\delta_{\mathrm{gal}}(\vec{r}) = \frac{\delta n_{\mathrm{gal}}(\vec{r})}{\bar{n}_{\mathrm{gal}}} \Longleftrightarrow \delta_{\mathrm{mass}}(\vec{r}) = \frac{\delta\rho_{\mathrm{mass}}(\vec{r})}{\bar{\rho}_{\mathrm{mass}}}$$



理論的課題

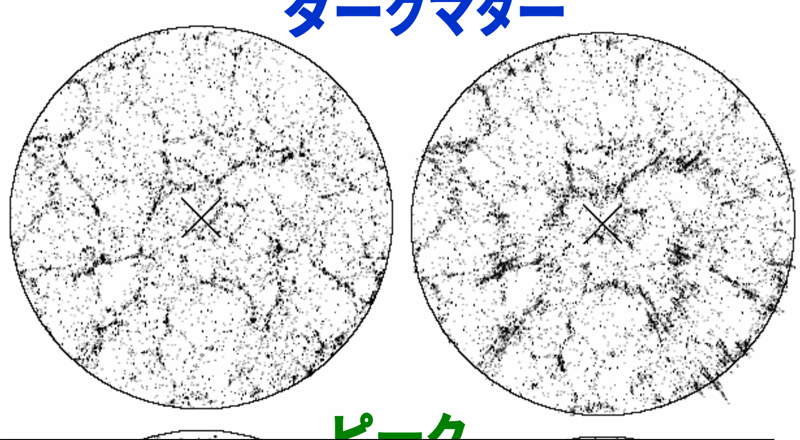
観測から振動スケール (距離) を決めるため考慮すべき様々な影響

- **重力非線形性**

- **赤方偏移ゆがみ**

$$\vec{s} = \vec{r} + \frac{(\hat{r}\cdot\vec{\mathrm{v}})}{H(z)}\,\hat{r}$$

銀河特異速度場



-

最終目標

これら全ての効果を取り込んだ、パーセントレベルの精度をもつ $P(k)$、$\xi(r)$ などの理論テンプレート作成

(真面目に考えると、きわめてチャレンジングな問題)

パーセントレベルを目指す意義

パーセントレベルと言うとずいぶん細かい話に聞こえるが、精密予言を目指すことで様々な問題に対する解決への道が拓ける

パーセントレベルで初めて見える宇宙論的情報:

原始非ガウス性、ニュートリノの質量、重力理論の変更、etc.

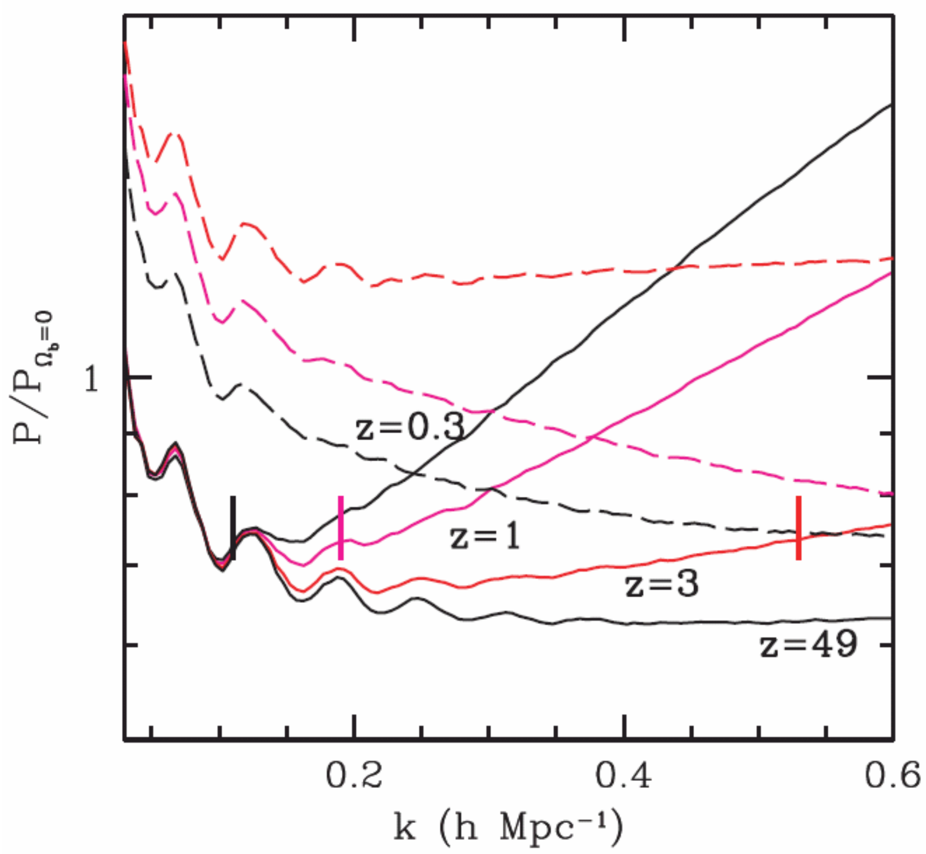
パーセントレベルの要求から深まる物理:

宇宙論的重力多体系の非線形進化、銀河バイアス

以下、非線形重力進化に関する話題に焦点を絞る

バリオン振動の非線形進化

音響振動のスケールは、十分大きいので、重力非線形性の効果は効かないように思えるが…



N体
シミュレーション

実線：実空間

点線：赤方偏移空間

Seo & Eisenstein (2005)

非線形重力進化の理論的アプローチ

3つの代表的アプローチ

摂動論
(純解析的)

流体近似に基づき、密度ゆらぎを摂動計算

$$\delta = \delta^{(1)} + \delta^{(2)} + \delta^{(3)} + \cdots$$

西道くんの話

Fitting formulae
(半経験的)

理論的考察に基づき、非線形進化をパラメトライズ、N体計算でキャリブレーション

N体計算
(数値的)

CDM+バリオンを自己重力多体系として扱い、粒子法を用いて構造の進化を計算

非線形重力進化の理論的アプローチ

ただし、その実情は…

摂動論
(純解析的)

適用範囲がかなり限定される:

$$\Delta^2(k) \equiv \frac{k^3 P(k)}{2\pi^2} \leq 0.4$$

Jeong & Komatsu (2006)

Fitting formulae
(半経験的)

パーセントレベルの予言には使えない
高精度化が必要 (N体計算に依存)

N体計算
(数値的)

コストパフォーマンス
計算結果の信頼性 (初期条件・境界条件)

現時点で、% レベルの精度を保証する理論予言はない

最近の進展：第4の解析手法

流体近似の下で、

「場の理論的な手法を用いた「くりこみ」的摂動論」

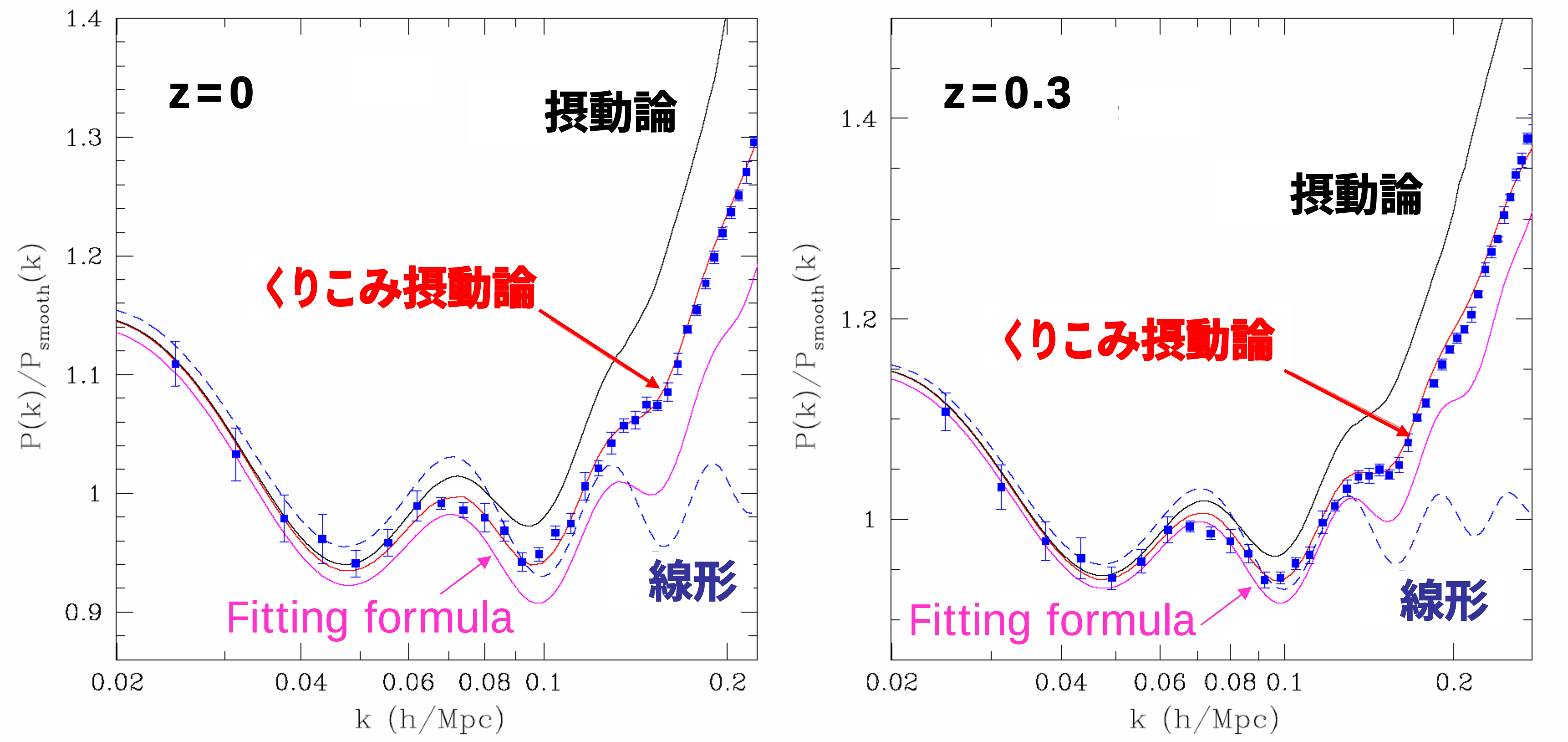
- Crocce & Scoccimarro (2006ab) PRD73 (2006) 063519、063520
- Crocce & Scoccimarro (2007) arXiv:0704.2083v1 [astro-ph]
- Valageas (2006) A&A465 (2007) 725
- Matarrese & Pietroni (2007) astro-ph/0702653
- (McDonald (2006) PRD75, 043514 (2007))

⇒ 通常の摂動論では扱えない領域まで適用範囲が広がる可能性

N体計算との詳しい比較・検討が進みつつある

N体計算との比較

Crocce & Scoccimarro (2007)



N体計算の精度の範囲内 (~a few %) **できわめてよく一致**

Closure theory for non-linear evolution of matter power spectrum

AT, T. Hiramatsu & K. Yamamoto (2007) in prep.

パワースペクトルの完結近似 (1/2)

流体近似にもとづく、パワースペクトルの非線形重力進化:

バリオン＋CDM ⟺ 渦なし、圧力ゼロの完全流体

基礎方程式

- 連続の式・オイラー方程式
- ポアソン方程式

→ 力学変数

$$\delta, \quad \theta \equiv (\nabla \cdot \vec{\mathrm{v}})/(a\,H)$$

目標 「パワースペクトルの時間発展方程式を導き、数値的に解く」

(できれば半解析に)

ところが、

完結性問題（BBGKY階層性） 非線形項を通じて、高次の相関量が現れて、方程式が閉じなくなる

パワースペクトルの完結近似 (2/2)

完結近似

非線形相互作用の影響を取り込みつつ、モーメントに対して、閉じた方程式系を得る近似

手順:

1. 高次の相関量を、摂動展開をもとに任意のオーダーまで評価、形式解をもとに最低次の変数で書き表す (formal expansion)

2. 元の方程式を最低次の変数に対する方程式とみなし、閉じた方程式系を作る (truncation)

乱流の統計理論では、**「直接相互作用近似」**と呼ばれる手法

(関連性： MSRフォーマリズム、モード結合理論)

パワースペクトルの発展方程式(1/2)

$$\widehat{\boldsymbol{\Sigma}}_{ijkl}\,P_{kl}(k;\eta) = \int \frac{d^3\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^3}\Big[\Gamma_{jpq}(\boldsymbol{k}',-\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\,F_{ipq}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}',-\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}';\eta)$$
$$+\Gamma_{ipq}(\boldsymbol{k}',\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\,F_{jpq}(-\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}',\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}';\eta)\Big],$$

$$\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_{ik}\,R_{kj}(k;\eta,\eta') = \int \frac{d^3\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^3}\,\Gamma_{ipq}(\boldsymbol{k}',\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')\,K_{jpq}(-\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}',\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}';\eta,\eta'),$$

$$\widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_{ik}\,G_{kj}(\boldsymbol{k}|\eta,\eta') = 4\int_{\eta'}^{\eta} d\eta'' \int \frac{d^3\boldsymbol{k}'}{(2\pi)^3}\,\Gamma_{ipq}(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}',\boldsymbol{k}')\,\Gamma_{lrs}(\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{k},\boldsymbol{k})$$
$$\times G_{ql}(\boldsymbol{k}'|\eta,\eta'')\,R_{pr}(|\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}'|;\eta,\eta'')\,G_{sj}(\boldsymbol{k}|\eta'',\eta').$$

Operators:

$$\widehat{\boldsymbol{\Sigma}}_{ijkl} \equiv \delta_{ik}\delta_{jl}\frac{\partial}{\partial\eta} + \delta_{ik}\,M_{jl}(\eta) + \delta_{jl}\,M_{ik}(\eta), \qquad \widehat{\boldsymbol{\Lambda}}_{ik} \equiv \delta_{ik}\frac{\partial}{\partial\eta} + M_{ik}(\eta).$$

基本変数

$(\,i, j = 1,2\,)$

$P_{ij}(k;\eta)$ ： **相関スペクトル**

$R_{ij}(k;\eta,\eta')$： **異時刻の相関スペクトル**

$G_{ij}(k\,|\,\eta,\eta')$： **伝搬関数**

※ **添字** 1, 2 **は、** $\delta,\ \theta$ **を表す**

$\theta = (\nabla\cdot\vec{\mathrm{v}})/(a\,H)$

パワースペクトルの発展方程式(2/2)

フーリエ核 $F_{ipq}(k,k_1,k_2;\eta)$, $K_{jpq}(k,k_1,k_2;\eta,\eta')$ の具体的表式：

$$F_{ipq}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2;\eta) = 2\int_{\eta_0}^{\eta} d\eta'' \Big[2\ G_{ql}(k_2|\eta,\eta'')\,\Gamma_{lrs}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}_1)\,R_{ir}(k;\eta,\eta'')R_{ps}(k_1;\eta,\eta'') + \ G_{il}(k|\eta,\eta'')\,\Gamma_{lrs}(\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2)\,R_{pr}(k_1;\eta,\eta'')\,R_{qs}(k_2;\eta,\eta'') \Big],$$

$$\begin{aligned} K_{jpq}(\boldsymbol{k}',\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2;\eta,\eta') &= \ 4\int_{\eta_0}^{\eta} d\eta''\ G_{ql}(k_2|\eta,\eta'')\,\Gamma_{lrs}(\boldsymbol{k}',\boldsymbol{k}_1)\,R_{ps}(k_1;\eta,\eta'') \\ &\quad \times \Big\{ R_{jr}(k';\eta',\eta'')\Theta(\eta'-\eta'') + R_{rj}(k';\eta'',\eta')\Theta(\eta''-\eta') \Big\} \\ &\quad + 2\int_{\eta_0}^{\eta'} d\eta''\, G_{jl}(k'|\eta',\eta'')\,\Gamma_{lrs}(\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2)\,R_{pr}(k_1;\eta,\eta'')\,R_{qs}(k_2;\eta,\eta''), \end{aligned}$$

逐次展開すると、摂動論の結果がきちんと再現される

解の積分表現 (くりこみ表現)

一見、複雑な方程式だが、厳密な解の表現が存在する:

$$P_{ij}(k;\eta) = P_{ij}^{(\mathrm{A})}(k;\eta) + P_{ij}^{(\mathrm{B})}(k;\eta)\ ; \quad (\ i, j = 1,2\ )$$

※ 添字 i, j, k, l は $\delta,\ \theta$ を表す

$$\begin{cases} P_{ij}^{(\mathrm{A})}(k;\eta) = G_{ik}(k\,|\,\eta,\eta_0)\,G_{jl}(k\,|\,\eta,\eta_0)\,P_{kl}(k;\eta_0) \\ P_{ij}^{(\mathrm{B})}(k;\eta) = \int_{\eta_0}^{\eta} ds \int_{\eta_0}^{\eta} dt\ G_{ik}(k\,|\,\eta,s)\,G_{jl}(k\,|\,\eta,t)\,\Phi_{kl}(k;t,s) \end{cases}$$

初期条件

伝搬関数 $G_{ij}(k\,|\,\eta_1,\,\eta_2)$ と、モード結合を表す関数 $\Phi_{ij}(k;t,s)$ を通じて重力非線形性の効果が取り込まれる

解の積分表現（くりこみ表現）

一見、複雑な方程式だが、厳密な解の表現が存在する：

$$P_{ij}(k;\eta) = P_{ij}^{(\mathrm{A})}(k;\eta) + P_{ij}^{(\mathrm{B})}(k;\eta)\ ; \quad (\,i, j = 1,2\,)$$

※ 添字 i, j, k, l は $\delta,\ \theta$ を表す

$$\begin{cases} P_{ij}^{(\mathrm{A})}(k;\eta) = G_{ik}(k\,|\,\eta,\eta_0)\,G_{jl}(k\,|\,\eta,\eta_0)\,P_{kl}(k;\eta_0) \\[2ex] P_{ij}^{(\mathrm{B})}(k;\eta) = \int_{\eta_0}^{\eta} ds \int_{\eta_0}^{\eta} dt\ G_{ik}(k\,|\,\eta,s)\,G_{jl}(k\,|\,\eta,t)\,\Phi_{kl}(k;t,s) \end{cases}$$

初期条件

$$\begin{aligned}\Phi_{ij}(k;t,s) = 2\int \frac{d^3\boldsymbol{q}}{(2\pi)^3}\,&\Gamma_{irs}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q})\,\Gamma_{jpq}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}) \\ &\times\left\{R_{pr}(q;\eta,s)\,\Theta(\eta-s) + R_{rp}(q;s,\eta)\,\Theta(s-\eta)\right\} \\ &\times\left\{R_{qs}(|\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}|;\eta,s)\,\Theta(\eta-s) + R_{sq}(|\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}|;s,\eta)\,\Theta(s-\eta)\right\}\end{aligned}$$

解の積分表現(くりこみ表現)

一見、複雑な方程式だが、厳密な解の表現が存在する:

$$P_{ij}(k;\eta) = P_{ij}^{(\mathrm{A})}(k;\eta) + P_{ij}^{(\mathrm{B})}(k;\eta)\ ; \quad (\,i, j = 1,2\,)$$

※ 添字 i, j, k, l は $\delta,\ \theta$ を表す

コメント

- 場の理論的な手法による**「くりこみ」的摂動論**と基本的に等価

(ここで与えた表式は、1-loop levelに対応)

- 展開次数を上げた完結近似から、高次のモード結合を系統的に拾い出すことも可能

※ 展開の収束性、非線形性の取り込み方が通常の摂動論と大きく異なる

N体計算との比較については現在解析中 (すいません ^^;)

まとめ

パーセントレベルで浮び上がる新たな物理と理論予言の精密化

重力非線形進化に対する摂動論を越えた取り扱い：

N体計算の信頼性チェック・高精度化の必要性

<u>N体計算とは独立な解析手法の開発</u>

→ くりこみ的摂動

パワースペクトルの完結近似

数値計算などを含めた解析評価

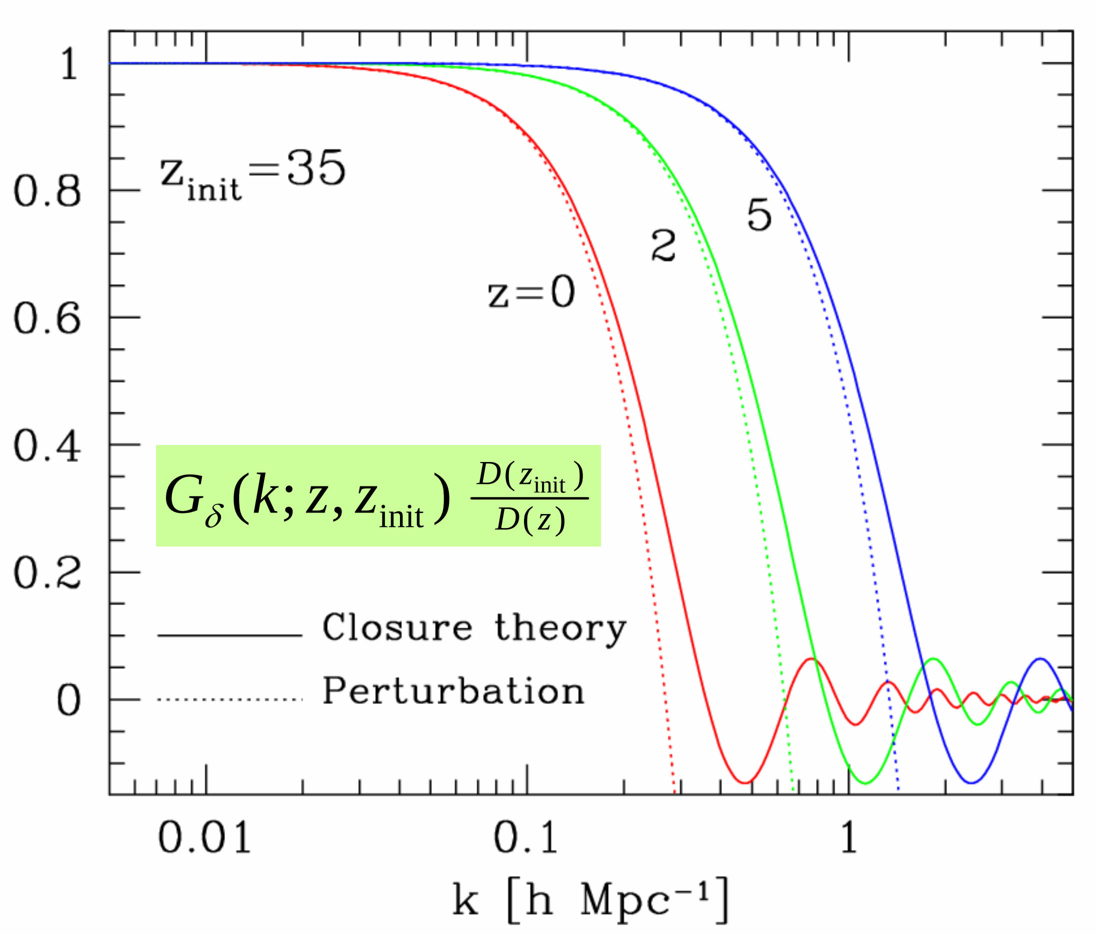
重力非線形進化の精密な理論予言は、精密宇宙論の要

複数のアプローチから、信頼できる理論予言を構築

Appendix

伝搬関数のふるまい

High-k **極限の漸近解と、摂動解をつなぐ近似解を構成できる**



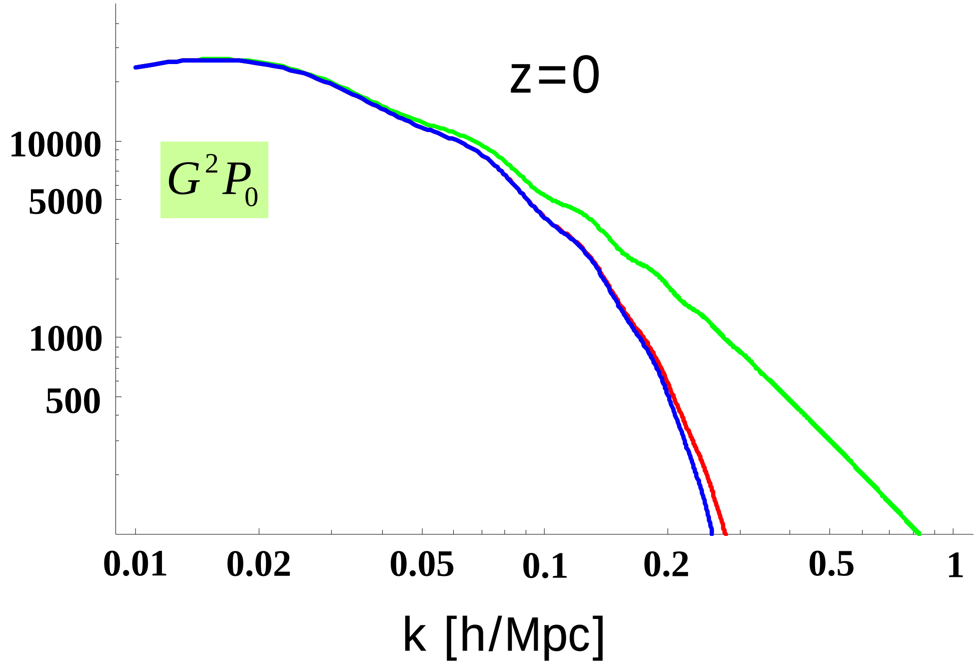
$$G_\delta(k;z_1,z_2)$$
$$\equiv G_{11}(k;z_1,z_2)+G_{12}(k;z_1,z_2)$$

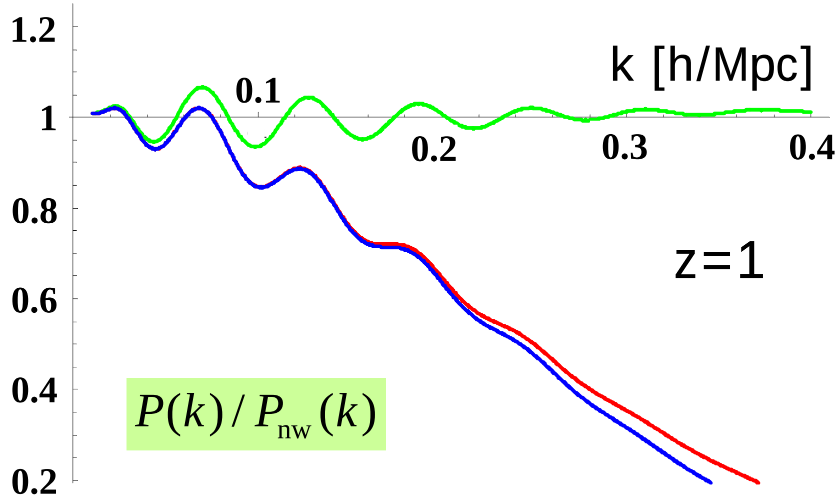
小スケール (high-k) **で**
減衰振動する

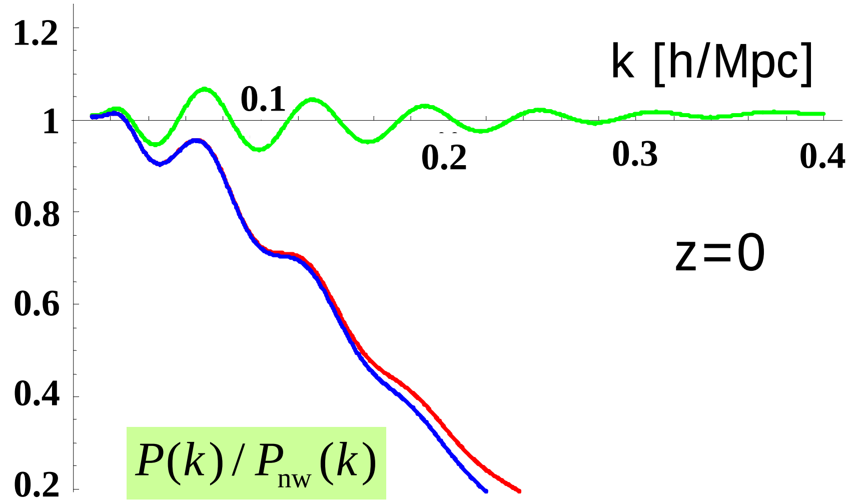
(**摂動解は、** high-k **で、負に発散**)

BAOs from Closure Theory

preliminary





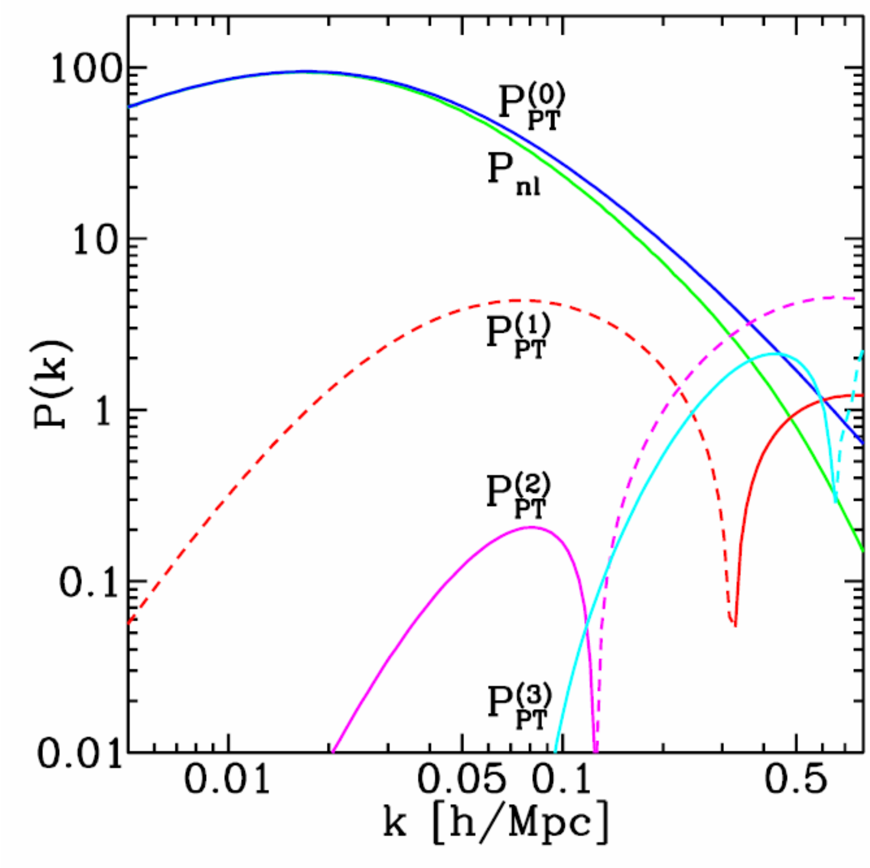


モード結合項を除いた
A-パートのパワースペクトルのふるまい

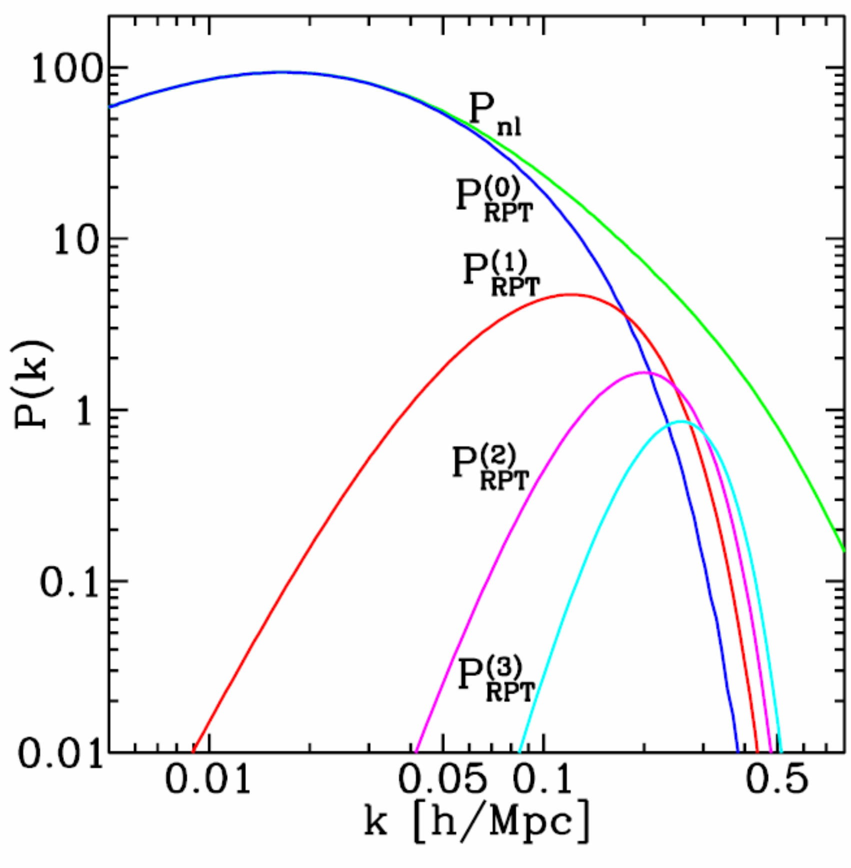
- linear
- RPT
- Closure theory

「くりこみ」展開による収束性の向上

通常の摂動論に基づく展開



くりこみ摂動に基づく展開



Crocce & Scoccimarro (2006a)